

JULIANO BITENCOURT PADILHA

**ASSOCIAÇÃO DE UM MODELO VETORIAL DE HISTERESE AO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE
DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS ACOPLADOS A CIRCUITOS
ELÉTRICOS EXTERNOS**

FLORIANÓPOLIS
2016

Juliano Bitencourt Padilha

**ASSOCIAÇÃO DE UM MODELO VETORIAL DE HISTERESE AO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE
DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS ACOPLADOS A CIRCUITOS
ELÉTRICOS EXTERNOS**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Elétrica da Universidade Federal
de Santa Catarina para a obtenção do Grau de
Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr.

Coorientador: Prof. Nelson Sadowski, Dr.

Florianópolis
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Padilha, Juliano Bitencourt

Associação de um modelo vetorial de histerese ao método de elementos finitos para análise de dispositivos eletromagnéticos acoplados a circuitos elétricos externos / Juliano Bitencourt Padilha ; orientador, Patrick Kuo Peng ; coorientador, Nelson Sadowski. - Florianópolis, SC, 2016.

188 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Inclui referências

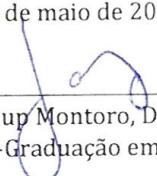
1. Engenharia Elétrica. 2. eletromagnetismo. 3. método de elementos finitos. 4. histerese magnética. 5. circuitos elétricos. I. Kuo-Peng, Patrick. II. Sadowski, Nelson. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Juliano Bitencourt Padilha

**ASSOCIAÇÃO DE UM MODELO VETORIAL DE HISTERESE AO
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE
DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS ACOPLADOS A CIRCUITOS
ELÉTRICOS EXTERNOS**

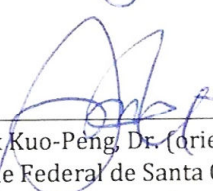
Esta tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Florianópolis, 06 de maio de 2016.

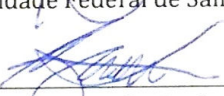


Prof. Carlos Galup Montoro, Dr.
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

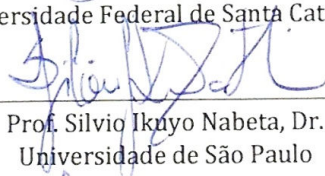
Banca Examinadora:



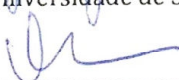
Prof. Patrick Kuo-Peng, Dr. (orientador)
Universidade Federal de Santa Catarina



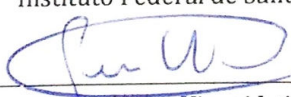
Prof. Nelson Sadowski, Dr. (coorientador)
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Silvio Ikuyo Nabeta, Dr.
Universidade de São Paulo



Prof. Orlando José Antunes, Dr.
Instituto Federal de Santa Catarina



Prof. Jean Viane Leite, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer à minha família. Aos meus pais, Flori Padilha e Ivoniza Bitencourt Padilha, pelo imenso carinho e amor dedicados ao longo de minha formação intelectual e moral, baseada nos conceitos de responsabilidade, respeito e humildade. Ao meu irmão, Fabiano Bitencourt Padilha, pelo incentivo e amizade.

À minha namorada, Andréia Paternolli, pelo companheirismo incondicional durante os últimos quatro anos. Sou grato por ter alguém tão especial ao meu lado.

Ao meu orientador, Prof. Patrick Kuo-Peng, pelo apoio, incentivo, interesse e atenção durante o desenvolvimento deste trabalho. Igualmente, ao meu coorientador, Prof. Nelson Sadowski.

Aos demais professores do GRUCAD, Prof. João Pedro Assumpção Bastos, Prof. Walter Pereira Carpes Jr., Prof. Nelson Jhoe Batistela, Prof. Mauricio Valencia Ferreira da Luz e Prof. Jean Viane Leite, sempre dispostos e cordiais, pelos conhecimentos transmitidos.

A todos os doutorandos, mestrandos e alunos de iniciação científica com os quais pude conviver e compartilhar experiências durante os oito anos que fiz parte do GRUCAD.

Ao Prof. Luiz Antônio Righi, pelo incentivo e conselho, há oito anos, para que eu optasse pelo curso de mestrado junto ao GRUCAD, escolha que me propiciou um grande crescimento pessoal e profissional.

E por fim, agradeço aos membros da banca pelas contribuições e discussões estabelecidas no momento da defesa.

*“Se olhar bem, você consegue ver toda a sua vida daqui de cima.
(Rocky Balboa, no topo das escadas da Filadélfia)
E como ela se parece? (Adonis Creed)
Nada mau! (Rocky Balboa)”*

Diálogo entre os personagens Rocky Balboa e Adonis Creed no filme
Creed: Nascido para Lutar (2015).

RESUMO

O presente trabalho associa ao método de elementos finitos um modelo vetorial de histerese para a caracterização da não-linearidade de materiais ferromagnéticos. Tal modelo é diretamente associado às equações de campo, com formulação em potencial vetor magnético, por meio de um tensor de relatividade diferencial. A importância do modelo vetorial é justificada para a análise de transformadores e demais equipamentos sem entreferro, de motores de histerese e de dispositivos nas quais o fluxo remanente tem influência no comportamento do sistema, como por exemplo, no caso do motor de indução operando como gerador auto-excitado. Para uma modelagem completa do sistema composto pelo dispositivo eletromagnético e seus respectivos circuitos elétricos, considerou-se o acoplamento direto das equações de campo e circuitais. A presença de movimento mecânico também é contemplada. Dessa forma, contribui-se com um modelo matemático que se aproxima da real operação dos dispositivos, uma vez que considera simultaneamente: histerese magnética, circuitos elétricos externos e movimento mecânico.

Palavras-chave: dispositivos eletromagnéticos, histerese magnética, circuitos elétricos.

ABSTRACT

This work associate to finite element method a vector hysteresis model for characterizing the nonlinearity of ferromagnetic materials. This model is directly associated to the field equations, with magnetic vector potential formulation, by means of a differential reluctivity tensor. The importance of the vector model is justified for the analysis of transformers and others equipments without air gap, hysteresis motors and devices in which the remnant flux has influence on the behavior of the system, for example, in the case of the induction motor operating as a self-excited generator. For a complete modeling of the system composed of the electromagnetic device and their electrical circuits, the direct coupling of field and electrical equations is considered. The mechanical movement is also taken into account. Thus, this work contributes to a mathematical model that approximates the actual operation of the devices, since it considers simultaneously: magnetic hysteresis, external electrical circuits and mechanical movement.

Keywords: electromagnetic devices, magnetic hysteresis, electrical circuits.

LISTA DE CONVENCÕES, SÍMBOLOS E ABREVIACÕES

Convenções

- 1) Variáveis em itálico são escalares (por exemplo: H).
- 2) Variáveis em negrito são vetores ou matrizes (por exemplo: \mathbf{H} (vetor) e \mathbf{SS} (matriz)).
- 3) Variáveis com seta sobrescrita são vetores (por exemplo: $\vec{\chi}_f$).
- 4) Variáveis com seta dupla sobrescrita são tensores (por exemplo: $\vec{\alpha}$).

Símbolos

a	parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [A/m]
\mathbf{A}	potencial vetor magnético [T]
B	indução magnética [T]
B_e	indução magnética efetiva [T]
c	parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [adimensional]
C	capacitância [F]
\mathbf{D}	contribuição devido a ímãs permanentes e/ou devido ao campo magnético no passo de tempo anterior
\mathbf{D}_H	contribuição devido ao campo magnético no passo de tempo anterior
\mathbf{E}	fontes de tensão e/ou corrente presentes nos circuitos elétricos
f	frequência [Hz]
$\mathbf{G}_1\text{--}\mathbf{G}_6$	matrizes referentes à topologia dos circuitos elétricos externos
H	campo magnético [A/m]
H_e	campo magnético efetivo [A/m]
i_1	corrente no enrolamento primário [A]

i_{Ca} , i_{Cb} e i_{Cc}	correntes no banco de capacitores [A]
I	correntes nos enrolamentos
I_E	correntes nos circuitos elétricos
I_f	correntes nos condutores finos
I_m	correntes nos condutores maciços
k	parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [A/m]
k_{fr}	coeficiente de atrito dinâmico [kg.m]
l_z	comprimento [m]
L_f	indutâncias suplementares para os condutores finos
M	magnetização total [A/m]
M_{an}	magnetização anisterética [A/m]
M_{in}	momento de inércia [kg.m ²]
M_{irr}	magnetização irreversível [A/m]
M_{rev}	magnetização reversível [A/m]
M_s	parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [A/m]
N	contribuição devido à condutividade elétrica dos materiais
N_1 e N_2	número de espiras nos enrolamentos primário e secundário, respectivamente
P	contribuição na região com enrolamentos
P_f	contribuição na região com condutores finos
P_m	contribuição na região com condutores maciços
Q_f	contribuição na região com condutores finos
Q_m	contribuição na região com condutores maciços
R	resistência [Ω]
R_f	resistências dos condutores finos

R_m	resistências dos condutores maciços
SS	contribuição devido à permeabilidade magnética dos materiais
T_{cg}	torque de carga [N.m]
t	tempo [s]
T_{em}	torque eletromagnético [N.m]
U_E	tensões nos circuitos elétricos
U_f	tensões nos terminais dos condutores finos
U_m	tensões nos terminais dos condutores maciços
v_1 e v_2	tensões nos enrolamentos primário e secundário, respectivamente [V]
v_a , v_b e v_c	tensões de fase (sistema trifásico) [V]
v_C	tensão no capacitor [V]
X	variáveis de estado
w	coeficiente de relaxação
w_v	perda volumétrica [J/m ³]
W_h	perda por histerese [J]
θ	ângulo polar [rad]
σ	condutividade elétrica [S/m]
ω	velocidade angular [rad/s]
δ	parâmetro direcional [adimensional]
α	parâmetro do modelo de Jiles-Atherton [adimensional]
Δt	incremento temporal [s]
$\vec{\xi}$	variável tensorial do modelo de Jiles-Atherton [A/m]
$\vec{\chi}_f$	variável intermediária do modelo de Jiles-Atherton [adimensional]

ν_d	relutividade diferencial [m/H]
$\ \nu_d\ $	tensor de relutividade diferencial [m/H]
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo [H/m]

Abreviações

JA	Jiles-Atherton
MEF	método de elementos finitos
2D	duas dimensões (x,y)
3D	três dimensões (x,y,z)
rpm	rotações por minuto

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: Introdução.....	1
1.1 Posicionamento do problema e motivação da pesquisa....	1
1.2 Revisão bibliográfica.....	3
1.2.1 Modelos de histerese.....	3
1.2.2 Modelo de JA associado ao MEF	6
1.2.3 Modelo de Preisach associado ao MEF	9
1.2.4 Modelos baseados em histerons do tipo <i>play</i> e <i>stop</i> associados ao MEF.....	12
1.2.5 Outros trabalhos	12
1.3 Proposta de tese e objetivos	17
 CAPÍTULO 2: Modelos de Histerese	 21
2.1 Modelo escalar direto de JA.....	22
2.2 Modelo escalar inverso de JA.....	27
2.3 Modelo vetorial de JA proposto por Bergqvist [62].....	31
2.4 Modelo vetorial inverso de JA.....	35
2.5 Determinação dos parâmetros.....	35
2.6 Restrição para a determinação dos parâmetros.....	40
 CAPÍTULO 3: Inclusão da Histerese ao MEF	 53
3.1 Tensor de relutividade magnética associado ao MEF	53
3.2 Equações referentes ao dispositivo eletromagnético	56
3.3 Equações referentes à topologia do circuito	58
3.4 Equação referente ao movimento mecânico	61
3.5 Cálculo das perdas por histerese	62
3.6 Passo de tempo no MEF e no modelo vetorial	63
3.7 Resolução de problemas não-lineares.....	65

CAPÍTULO 4: Resultados Obtidos.....	67
4.1 Descarga de um capacitor em um circuito eletromagnético	67
4.2. Transformador trifásico	75
4.3 Servomotor atuando como gerador.....	88
4.4 Gerador de indução auto-excitado	93
4.5 Motor de histerese.....	109
 CAPÍTULO 5: Conclusões.....	 123
 Referências	 127
 APÊNDICE A1: Importância das derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex}	 135
APÊNDICE A2: Modelo vetorial inverso de JA em MATLAB	139
APÊNDICE A3: Tensores	143
APÊNDICE A4: Equações dos condutores.....	147
APÊNDICE A5: Condições de contorno.....	149
APÊNDICE A6: Método da banda de movimento	151
APÊNDICE A7: Tensor de Maxwell.....	153
APÊNDICE A8: Estratégia para a discretização do modelo vetorial de JA em um código de elementos finitos	155
APÊNDICE A9: Análise do número de espiras do transformador trifásico	159
APÊNDICE A10: Análise do gerador de indução auto-excitado por parâmetros concentrados	161
APÊNDICE A11: Especificações do motor de histerese	167

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Posicionamento do problema e motivação da pesquisa

A evolução do cálculo numérico e de *hardwares* cada vez mais avançados possibilitou ao longo dos anos a análise de problemas dos mais diversos ramos da engenharia.

Constantemente modelos matemáticos são desenvolvidos e métodos numéricos são empregados para a simulação de estruturas e dispositivos. Isso possibilita obter respostas confiáveis em um curto intervalo de tempo, além de assumir um fator econômico, reduzindo o número de protótipos confeccionados. Por simulações também é possível compreender e analisar a influência das mais diversas variáveis presentes no problema.

As leis que regem a teoria eletromagnética (equações de Maxwell) relacionam grandezas elétricas e magnéticas. A resolução analítica das equações é possível para problemas simples, mas se torna difícil para problemas de maior complexidade. Nesse âmbito, o emprego do Método de Elementos Finitos (MEF) para a análise de dispositivos eletromagnéticos mostra-se uma boa escolha. Tal método possibilita calcular a distribuição de campos magnéticos e elétricos no interior do dispositivo e é baseado na discretização espacial do domínio de estudo, ou seja, o mesmo é dividido em pequenas parcelas chamadas “elementos finitos” [1].

É importante destacar que as propriedades físicas dos materiais presentes na confecção de um dispositivo interferem diretamente no funcionamento e desempenho do mesmo. Portanto, é de suma importância considerá-las para o cálculo de campos a partir do MEF.

O desafio em considerar um modelo de histerese, e assim a não-linearidade, tem sido alvo de pesquisa da comunidade científica e há muitos trabalhos publicados sobre o tema, uma vez que

modelos anisteréticos podem levar a resultados insatisfatórios quando comparados com resultados experimentais.

Entre os modelos de histerese propostos nos últimos anos, destacam-se o modelo de Preisach [2][3][4], o de Jiles-Atherton (JA) [5][6] e o modelo baseado em operadores histerons do tipo *play* e do tipo *stop* [7].

Um modelo de histerese pode ser do tipo escalar ou vetorial. Considerando que as variáveis campo e indução magnética são paralelas e unidirecionais, um modelo de histerese escalar é suficiente para caracterizar o material. No entanto, na presença de fluxos rotativos, considerar um modelo vetorial é mais apropriado.

Quando o fluxo magnético muda ciclicamente em magnitude e sentido no plano de uma laminação, mas não varia na direção angular, ocorrem perdas devido ao fluxo alternado. Por outro lado, quando o fluxo magnético gira no plano de uma laminação, mudando em magnitude, direção e sentido, ocorrem perdas devido ao fluxo rotacional. É bem conhecido que, na maior parte dos níveis de magnetização, as perdas devido ao fluxo rotacional são mais elevadas do que devido ao fluxo alternado e que fluxos rotacionais estão presentes nas juntas em “T” de transformadores trifásicos e na base dos dentes das ranhuras de máquinas elétricas girantes [8].

Por exemplo, MOSES [8] descreve a importância das perdas devido ao fluxo rotacional em aços para fins elétricos e em materiais magnéticos amorfos, concluindo que para transformadores não são geralmente altas, mas que para motores podem representar mais que 50% das perdas no núcleo de estatores.

Embora o fenômeno da histerese magnética possa ser negligenciado para o estudo de muitos dispositivos eletromagnéticos, ao considerar um modelo de histerese para materiais ferromagnéticos, tem-se uma representação mais próxima das reais características físicas de tais materiais. Também cabe destacar que em alguns casos a representação da histerese tem importância justificada, como na análise de transformadores e demais equipamentos sem entreferro, de motores de histerese e de dispositivos nas quais o fluxo remanente tem influência no comportamento do sistema, como por exemplo, no caso do motor de indução operando como gerador auto-excitado.

A partir das considerações expostas nos parágrafos anteriores, constata-se que considerar um modelo vetorial de histerese para a representação da não-linearidade dos materiais ferromagnéticos junto ao MEF para cálculo de campos, permite uma melhor análise dos dispositivos, podendo ser até mesmo indispensável dependendo do problema abordado.

Observação:

Ao longo deste trabalho os termos “fluxo alternado” e “fluxo rotacional” são utilizados para descrever induções magnéticas que alternam em sentido e que alternam em sentido e direção ao longo do tempo, respectivamente. Essas expressões são utilizadas no meio científico e são observadas em diversos artigos. No entanto, uma vez que o fluxo magnético é uma grandeza escalar, podem soar como errôneas a um leitor mais minucioso. Por essa razão, fica aqui registrada essa observação.

1.2 Revisão bibliográfica

Nesta seção será apresentada uma compilação de trabalhos publicados referentes à modelagem da histerese magnética e à associação dos principais modelos encontrados na literatura ao MEF para o cálculo de campos. Um enfoque principal é dado à associação do modelo de JA ao MEF. Ao final, são descritos outros trabalhos que consideram a análise de dispositivos eletromagnéticos e que não necessariamente consideram a histerese magnética no domínio de estudo, mas abordam outros tópicos inerentes a esta tese de doutorado, como por exemplo, tensores de relutividade e acoplamento das equações de campo e elétricas.

1.2.1 Modelos de histerese

JILES e ATHERTON [5] abordam uma teoria matemática da histerese em materiais ferromagnéticos. A teoria apresentada é baseada no movimento das paredes e na rotação de domínios

magnéticos. Descrevem que a histerese ocorre como resultado de impedâncias contrárias às mudanças de magnetização. Uma equação para a curva anisterética (ou curva de magnetização ideal) é proposta, destacando a introdução de um termo que mede a impedância às mudanças de magnetização, o que conduz a uma equação diferencial simples. Os resultados apresentados, em excelente concordância com os resultados experimentais, mostram todas as características da histerese, como a curva de magnetização inicial e os laços de histerese maiores e menores, validando assim o modelo de histerese desenvolvido, modelo hoje conhecido como modelo de JA.

OSSART e MEUNIER [11] apresentam um comparativo de quatro modelos escalares de histerese. Tais modelos são: modelo analítico polinomial e com função tangente hiperbólica, modelo de Hodgdon e modelo de Mayergoyz (extensão do modelo de Preisach). Concluem que: os modelos analíticos são razoáveis para representar o comportamento do material ensaiado, o modelo de Hodgdon é interessante para a representação de laços menores de histerese e o modelo de Mayergoyz, embora complexo, é o que melhor representou os dados experimentais.

MAYERGOYZ [4] desenvolve um modelo vetorial dinâmico de Preisach. O modelo resultante considera apenas a isotropia e 2D e é derivado diretamente do modelo estático. O mesmo autor apresenta em [3] uma nova forma para o modelo clássico de Preisach considerando a decomposição deste modelo em componentes reversíveis e irreversíveis.

BERTOTI [2] propõe uma generalização dinâmica do modelo de histerese de Preisach. Destaca que o emprego do modelo proposto, em detrimento do modelo padrão de Preisach para a caracterização de materiais moles em cálculos eletromagnéticos, permite considerar o efeito dos domínios magnéticos sobre a distribuição de campo e também avaliar as perdas dinâmicas presentes no material.

BOBBIO, MIANO *et al.* [7] abordam modelos escalares de histerese, considerando operadores histerons do tipo *play* e *stop*. Procedimentos são apresentados para a identificação dos modelos propostos, considerando a superposição de um número finito de

operadores do tipo *play* e *stop*. Simulações adotando ambos os modelos são relatadas e os resultados comparados com dados experimentais. É mostrado que o modelo com operadores do tipo *play* pode representar o modelo de Preisach para qualquer função distribuição de Preisach; já o modelo com operadores do tipo *stop* pode representar o inverso do operador Preisach. Destacam que o modelo com operadores do tipo *stop* permite formulações de problemas em termos de potencial vetor magnético, uma vez que tal modelo apresenta a indução magnética como variável de entrada.

BENABOU, CLÉNET *et al.* [12] apresentam um comparativo entre os modelos de Preisach e de JA, considerando três amostras, de diferentes materiais (utilizados para diferentes aplicações), submetidas a diferentes tipos de excitação para o campo magnético. Também implementam tais modelos ao MEF para análise de um transformador utilizado em eletrônica de potência. Constatam uma boa concordância entre resultados experimentais e os obtidos pelos modelos, destacando que o modelo de JA apresenta uma maior facilidade de implementação ao MEF quando comparado com o modelo de Preisach e requer um menor esforço computacional.

LEITE [9] analisa modelos escalares e vetoriais de histerese magnética. O trabalho aborda os modelos direto e inverso de JA, o modelo de Preisach e modelos baseados em histerons do tipo *play* e *stop*. Um modelo vetorial inverso baseado no modelo de JA é proposto. O modelo escalar de Preisach é descrito e comparado com o de JA em relação a reprodução de laços menores de histerese. Mais especificamente, relata que o uso da função Everett no modelo de Preisach exige um conjunto de medições de laços de histerese centrados em diferentes amplitudes o que torna a caracterização mais trabalhosa do que, por exemplo, no modelo de JA, onde um único laço que tenha atingido a saturação é suficiente para caracterizar o material. Modelos escalares baseados em histerons do tipo *play* e em histerons do tipo *stop* também são propostos, bem como uma vetorização dos mesmos. Os modelos apresentados são validados experimentalmente. Por fim, o modelo vetorial inverso de JA é incorporado ao MEF para o cálculo de campos.

CHWASTEK [13] apresenta um modelo dinâmico para representação da histerese magnética, considerando o modelo de JA como referência. Os efeitos dinâmicos das correntes induzidas são considerados usando a abordagem de G. Bertotti. Dessa forma, o autor deduz uma equação para a magnetização anisterética que contempla as perdas clássicas e excedentes. Laços de histerese obtidos pelo modelo proposto são comparados com resultados experimentais e uma comparação das perdas obtidas também é realizada.

LI, KIM *et al.* [14] propõem duas modificações no modelo vetorial de JA. Primeiro, a função referente à magnetização anisterética é modificada de acordo com a direção da excitação (essa modificação também foi proposta em [9]). Os autores propõem que todas as derivadas parciais das funções anisteréticas em relação ao campo efetivo sejam consideradas dentro dessa primeira modificação. Segundo, é proposta a modificação dos parâmetros do modelo quando o material está submetido a excitações rotacionais saturadas. Tal modificação ocorre de acordo com o erro obtido entre os resultados do primeiro modelo (que inclui a primeira modificação) e os resultados experimentais. As modificações são validadas pela comparação dos modelos com resultados experimentais.

1.2.2 Modelo de JA associado ao MEF

CHIAMPI, CHIARABAGLIO *et al.* [15] associam o modelo escalar de JA ao MEF para análise de um problema não-linear com campos magnéticos em regime permanente periódico. O modelo é acoplado com a técnica de ponto fixo para resolução do sistema não-linear proveniente do MEF. O processo proposto é aplicado a um problema cuja solução analítica é disponível. Os resultados apresentados mostram que a técnica do ponto fixo pode tratar eficientemente não-linearidades de materiais sob condições de operação periódicas.

TOMS, COLCLASER *et al.* [16] relatam que o desenvolvimento de um método numérico que contemple o

fenômeno de histerese é necessário para muitas aplicações nas quais o campo magnético influencia na performance do dispositivo analisado e apresentam a implementação do modelo escalar de JA ao MEF em 2D. Considerando um núcleo ferromagnético circular com uma densidade de corrente imposta em um seção circular centralizada de tal núcleo, são obtidos resultados considerando o núcleo caracterizado pelo modelo de JA e caracterizado por uma curva anisterética, observando e relatando as diferenças nos resultados obtidos entre os dois casos.

SADOWSKI, BATISTELA *et al.* [17] descrevem um modelo modificado de JA que considera a indução magnética como variável independente (deste modelo advém uma relutividade diferencial), de forma que o mesmo é diretamente associado ao MEF, com formulação em potencial vetor magnético. Destacam que a formulação permite facilmente introduzir o cálculo das perdas por correntes parasitas e anômalas. A formulação é validada a partir da comparação dos resultados de simulação com resultados experimentais obtidos em um quadro de Epstein.

GYSELINCK, DULAR *et al.* [18] apresentam resultados de simulações referentes à incorporação do modelo vetorial de JA ao MEF em 2D, considerando a resolução do sistema não-linear a partir do método de Newton-Raphson.

LEITE, BENABOU *et al.* [19] abordam a implementação de um modelo vetorial de histerese ao MEF em 2D com formulação em potencial vetor magnético. O modelo implementado corresponde ao modelo vetorial inverso de JA. Destacam que desse modelo é possível deduzir um tensor de relutividade diferencial, o qual pode ser diretamente aplicado nas equações de cálculo de campos. Concluem que a implementação apresentada resulta em uma boa performance numérica na resolução de problemas não-lineares, para excitações alternadas e rotacionais. A validade e acurácia do modelo e da metodologia apresentada são demonstradas com a boa concordância entre resultados de simulações e experimentais.

Em [20], LEITE, BENABOU *et al.* apresentam resultados de simulações e experimentais referentes à análise de um transformador trifásico. As simulações consideram o MEF associado ao modelo vetorial inverso de JA para a caracterização do núcleo do

transformador. Concluem que o modelo numérico do transformador demonstra alta precisão para o cálculo das correntes de excitação, incluindo a presença de harmônicas, e também representa com precisão a magnetização do núcleo da máquina.

Já em [21], LEITE, BENABOU *et al.* apresentam a implementação do modelo vetorial de JA ao MEF em 3D. O sistema não-linear de equações proveniente do MEF é solucionado a partir do método de Newton-Raphson. Comparações entre resultados de simulações e experimentais são realizadas para uma amostra feita de aço silício de grão orientado (anisotropia), validando a modelagem apresentada.

LUZ, LEITE *et al.* [22] analisam as perdas no ferro de um transformador trifásico, considerando a modelagem da máquina a partir do MEF em 2D. Na modelagem, os efeitos do comportamento não-linear e a anisotropia do núcleo são considerados pelo modelo vetorial de JA. A modelagem completa inclui as perdas por correntes parasitas e as perdas anômalas. As correntes de magnetização são calculadas e comparadas com valores experimentais. Laços de histerese calculados em determinados pontos do núcleo do transformador são também apresentados. Comparações entre as perdas no ferro medida e calculada com a histerese vetorial, incluindo as perdas por correntes de Foucault e as perdas anômalas, são apresentadas e uma boa concordância entre os resultados é observada.

KORECKI, BENABOU *et al.* [23] apresentam a implementação do modelo vetorial de JA junto à Técnica de Integração Finita para análise de um problema magnetostático com formulação em potencial vetor magnético. A abordagem proposta é ilustrada pela análise de uma bobina com núcleo ferromagnético. A equação referente ao circuito elétrico externo é acoplada ao modelo. Comparações entre resultados de simulação e resultados de medição são realizadas, validando o modelo apresentado.

BENABOU, BOUAZIZ *et al.* [24] analisam um motor de histerese pelo MEF, considerando o modelo escalar de JA para representação da histerese. Resultados para o motor operando com alimentações em fonte de corrente e tensão, ambas sinusoidais, são apresentados. Por fim, os autores destacam que mesmo

considerando um modelo apenas escalar (e não vetorial), uma boa concordância entre resultados de simulação e experimentais é obtida.

1.2.3 Modelo de Preisach associado ao MEF

LEONARD, RODGER *et al.* [25] utilizam o modelo escalar de Preisach para modelar a histerese magnética em cada elemento relacionado ao MEF em 3D. Consideram o fenômeno de histerese em uma única direção, mas destacam ser válida essa simplificação para o exemplo abordado ao longo do trabalho, uma vez que observam boa concordância entre resultados de simulações e experimentais.

HONG, KIM *et al.* [26] implementam ao MEF um modelo de histerese vetorial, baseado no modelo de Preisach, considerando materiais isotrópicos. Resultados de simulações são comparados com resultados experimentais, validando o modelo proposto.

KIM, HONG *et al.* [27] apresentam uma associação entre o MEF e o modelo de histerese de Preisach. Resultados de simulações são apresentados, destacando que o método desenvolvido remove o custo computacional, tal como o cálculo da magnetização residual, e mostra boa convergência com pouco tempo de cálculo.

Em [28], KIM, HONG *et al.* apresentam a análise de um motor de histerese pelo MEF combinado com o modelo de histerese vetorial de Preisach. Os autores destacam que se um modelo escalar é utilizado para analisar o desempenho do motor, existirá somente a componente circunferencial do fluxo magnético ao longo do anel de histerese e o torque do motor será proporcional apenas ao volume do motor, mas uma vez existindo componente radial de fluxo, o emprego de um modelo vetorial torna a análise mais acurada.

KIM, LEE *et al.* [29] analisam um motor de ímãs permanentes com partida direta a partir do MEF. A não-linearidade do mesmo é considerada pelo modelo de histerese de Preisach. Os autores analisam o torque e as perdas por histerese e destacam que para o motor analisado representam cerca de 5%. Por fim, concluem que as perdas devido ao fenômeno da histerese diminuem o torque do motor.

FALLAH e MOGHANI [30] apresentam uma análise de campos, considerando o fenômeno da histerese magnética e efeitos dinâmicos (correntes parasitas e perdas anômalas). Com base no modelo de Preisach e formulações existentes para caracterização das correntes parasitas e das perdas anômalas, uma expressão equivalente para intensidade do campo é introduzida. A técnica apresentada visa a incluir essa expressão no código de elementos finitos. Efeitos da relaxação e passo de tempo também foram examinados sobre a estabilidade e a convergência do método. A validade do modelo proposto é verificada comparando seus resultados com resultados experimentais.

SAITZ [31] analisa motores de indução trifásicos considerando o modelo vetorial de Preisach integrado ao MEF. A interface entre o modelo de Preisach e o MEF, com formulação em potencial vetor magnético, é introduzida pela técnica iterativa do ponto fixo. As perdas no cobre e por histerese da máquina são computadas por simulações e comparadas com resultados experimentais para a operação em vazio do motor. O núcleo laminado da máquina é considerando não condutor e composto por material isotrópico. Nas análises, apenas o estator é caracterizado pelo modelo de histerese, sendo o rotor caracterizado por uma simples relação entre campo e indução. Os autores destacam que essa simplificação é aceitável, uma vez que girando a velocidade quase síncrona, as perdas no rotor apresentam pequeno valor.

AMOR, FÉLIACHI *et al.* [32] apresentam um procedimento para a convergência da solução de problemas eletromagnéticos pelo MEF, considerando a histerese magnética. Tal procedimento é baseado na separação do campo magnético em duas partes: aplicado e de magnetização. A histerese é representada pelo modelo de Preisach. Alguns valores para o parâmetro de relaxação são assumidos (0,1; 0,4; 0,6 e 0,8) e uma análise da convergência é realizada para os distintos valores, considerando o método de aproximações sucessivas. Os autores concluem que o aumento do coeficiente acelera a convergência e reduz o tempo de cálculo, porém, nesse caso, a representação do laço de histerese não é reproduzida com boa precisão durante o processo iterativo.

WANG e XIE [33] propõem um método para o cálculo de campo de um motor de indução trifásico com rotor bloqueado. As equações circuitais e de campo são combinadas com o MEF periódico. As indutâncias e resistências do estator e do rotor são consideradas nas equações circuitais. De modo a considerar a histerese magnética, o modelo de Preisach é incorporado ao MEF. Os resultados obtidos com o método periódico são comparados com os obtidos com o método passo a passo no tempo. Os autores concluem que o método periódico pode reduzir muito o tempo de processamento.

DUPRÉ, KEER *et al.* [34] apresentam uma formulação que associa o modelo vetorial de Preisach às equações de campo, considerando o MEF em 2D. Um domínio de estudo correspondente a um dente de ranhura de uma máquina assíncrona é analisado. Nesse domínio, o modelo de Preisach é considerado e condições de contorno são estabelecidas. Por fim, laços de histerese obtidos para um ponto central do dente são apresentados, considerando os modelos escalar e vetorial de Preisach e duas malhas distintas de elementos finitos (uma mais refinada que a outra).

BARBARICS, GILÁNYI *et al.* [35] associam o modelo escalar de Preisach ao MEF em 2D. Posteriormente, a análise de motores de histerese é abordada. Os autores consideram o material presente no estator como linear (permeabilidade magnética relativa igual a 1000) e como não-linear (modelo escalar de Preisach) o anel do rotor. São apresentados apenas resultados das linhas de fluxo obtidas por simulação, considerando motores com dois e quatro pólos.

HONG, KIM *et al.* [36] apresentam uma forma de determinar a espessura do anel de histerese de motores de histerese utilizando o MEF em 2D associado ao modelo vetorial de Preisach. Os autores descrevem que a partir da magnitude e direção do campo magnético, a magnetização de cada elemento finito pertencente ao anel é calculada, podendo o torque resultante ser calculado a partir do somatório dos torques elementares (produto vetorial do campo pela indução magnética). A partir dos cálculos, os autores verificaram que o torque do motor não é proporcional à espessura do anel. Dessa forma, concluem que uma espessura ótima do anel de

histerese existe e pode ser determinada pelo método proposto no trabalho.

KIM, JUNG *et al.* [37] associam o MEF em 2D ao modelo de Preisach para análise de um motor de histerese. Com os resultados obtidos, é demonstrado que o torque do motor pode ser estimado considerando os efeitos harmônicos devido às ranhuras e às distribuições dos enrolamentos.

1.2.4 Modelos baseados em histerons do tipo *play* e *stop* associados ao MEF

MATSUO, OSAKA *et al.* [38] aplicam modelos de histerese vetorial para análise de correntes de Foucault. Os modelos de histerese são os compostos por histerons do tipo *play* e *stop*. A análise das correntes de Foucault mostra que ambos tipos de histerons podem efetivamente descrever o comportamento da histerese vetorial para casos isotrópicos. Descrevem que o modelo com histerons do tipo *stop* é mais eficiente para análises associadas ao MEF, com formulação em potencial vetor magnético, do que o modelo com histerons do tipo *play*, uma vez que com histerons do tipo *stop* é possível obter o campo magnético a partir da indução magnética sem a necessidade de um processo iterativo.

1.2.5 Outros trabalhos

ENOKIZONO, YUKI *et al.* [39] associam um tensor de relutividade junto ao MEF em 2D, de modo que campos rotativos sejam considerados na modelagem do material ferromagnético. O método proposto é validado pela comparação entre resultados calculados e medidos. Os autores concluem que o mesmo é apropriado para a análise de máquinas elétricas e dispositivos submetidos a fluxos magnéticos rotativos.

BOTTAUSCIO, CHIAMPI *et al.* [40] apresentam resultados em 2D e 3D referentes à uma estrutura ferromagnética estática, incluindo a presença da histerese magnética. A estrutura é

composta por um núcleo com três colunas e duas bobinas localizadas nas colunas das extremidades. Fluxos unidirecionais e rotativos são gerados de acordo com a forma com que as bobinas são supridas, sendo apresentados resultados para quatro casos distintos.

PIPPURI e ARKKIO [41] apresentam uma metodologia que considera as harmônicas de frequência para o cálculo de campos de uma máquina elétrica modelada pelo MEF. Ao método apresentado é incorporado um modelo em uma dimensão para caracterizar as correntes parasitas presentes nas lâminas de aço. A distribuição das correntes parasitas na profundidade das lâminas é acoplada ao cálculo em 2D das máquinas por uma relutividade complexa. Na definição da relutividade complexa, a histerese também é levada em consideração. Apesar das perdas excedentes não serem incluídas na solução dos campos, elas foram definidas durante o pós-processamento pelo uso de fórmulas empíricas. Por fim, o método é empregado para avaliar as perdas para diferentes frequências de alimentação de um motor de indução de 37 kW acionado por um conversor de frequências. Os resultados obtidos por simulação são comparados com resultados medidos e o mínimo e o máximo erro, obtidos por essa comparação, são da ordem de 4% e 22%, respectivamente.

PATSIOS, TSAMPOURIS *et al.* [42] apresentam o cálculo das perdas ferromagnéticas em aços de grão não-orientado considerando o emprego do MEF e tais materiais submetidos à modulações PWM. A metodologia proposta considera a histerese magnética, correntes parasitas e as perdas anômalas. A mesma é validada pela comparação dos resultados simulados com os obtidos em um quadro de Epstein. Os autores destacam que com a metodologia apresentada é possível predizer as perdas ferromagnéticas por meio de simulações e obter os *loops* de histerese dinâmica.

KIM, HONG *et al.* [43] analisam um motor de histerese pelo MEF. O laço de histerese para cada elemento localizado no anel da máquina é determinado considerando a máxima indução magnética obtida. Comparações entre os valores de torque obtidos por simulação e experimentalmente validam a análise efetuada.

DEL VECCHIO [44] analisa uma barra infinitamente longa e transportando um fluxo magnético sinusoidal. Usando dimensões físicas, resistividade e características magnéticas de um material composto por ferro-níquel, resultados de simulação foram confrontados com resultados experimentais. A partir da solução computacional, as perdas por correntes parasitas e por histerese foram determinadas e comparadas com as perdas experimentais, havendo uma boa concordância entre tais resultados.

MURAMATSU, TAKAHASHI *et al.* [45] apresentam um estudo referente à análise de problemas em 3D, considerando a histerese magnética de materiais ferromagnéticos com grão não-orientado e correntes parasitas na formulação pelo MEF. A resolução do sistema não-linear e a convergência do mesmo também são discutidas.

ENOKIZONO, TODAKA *et al.* [46] propõem um conjunto de funções para aproximar o cálculo das perdas de histerese pelo MEF. Resultados dos cálculos para um transformador, considerando a abordagem proposta, são apresentados.

ZHU e RAMSDEN [47] apresentam a medição e modelagem das perdas em chapas de aço para fins elétricos quando utilizadas em máquinas elétricas. Para densidades de fluxo circulares e elípticas são relatadas formulações que consideram as perdas por histerese, por correntes de Foucault e excedentes. Essas formulações são utilizadas em conjunto com o MEF para calcular as perdas do núcleo em máquinas elétricas girantes de acordo com a distribuição do campo magnético rotativo. Resultados teóricos são comparados com experimentais, validando as formulações propostas.

SANDE, BOONEN *et al.* [48] consideram o comportamento não-linear e a anisotropia dos materiais ferromagnéticos nos cálculos de campo utilizando um tensor de relutividade. O MEF em 2D é empregado a um problema magnetostático. O modelo desenvolvido é integrado ao método de Newton para análise do sistema não-linear. Também é destacado que para manter as vantagens do método do gradiente conjugado, aplicado na resolução do sistema de equações, é necessário modificar a definição da matriz Jacobiana. Resultados de simulação para um transformador trifásico são apresentados e comparados, de modo a demonstrar as

propriedades do tensor de relutividade desenvolvido. É importante destacar que os autores descrevem que é assumido como simétrico positivo o tensor de relutividade, e segundo os mesmos, isso significa que todos os processos magnéticos que ocorrem no nível microscópico são termodinamicamente reversíveis. Como consequência, os efeitos da histerese magnética não são considerados na análise.

WAKUI, KURIHARA *et al.* [49] propõem uma nova configuração para o rotor de um motor de histerese com fluxo radial. Tal configuração consiste em abrir fendas no anel do rotor. O uso de lâminas magnéticas de Fe-Cr-Co para compor o anel também é sugerido. Com esses aperfeiçoamentos, ocorre um aumento da potência de saída, do fator de potência e da eficiência do motor. A fim de analisar o desempenho do motor proposto em rotação síncrona e em estado de partida, o MEF é utilizado. A histerese magnética é considerada por uma permeabilidade complexa. Por fim, são apresentados resultados experimentais em boa concordância com os resultados de simulação.

ZHANG, LI *et al.* [50] propõem o modelo de um vetor relutividade complexo em 2D, considerando campos rotacionais. Os coeficientes desse vetor são calculados com base em dados de medição. Por fim, o mesmo é combinado com o MEF para analisar o campo magnético do núcleo de um motor de indução trifásico.

GYSELINCK, DULAR *et al.* [51] apresentam um método que considera o movimento de máquinas elétricas na modelagem das mesmas com o MEF em 2D. São consideradas funções de base harmônicas e um sistema de equações é obtido pelo emprego do método de Galerkin, tanto para a discretização espacial quanto temporal. A saturação magnética (curva anisterética) e o acoplamento com o circuito elétrico são considerados. Como exemplo de aplicação, a operação em vazio de uma máquina com ímãs permanentes é analisada.

NAKATA, TAKAHASHI *et al.* [52] empregam o MEF em 2D com formulação em potencial vetor magnético para análise de um transformador monofásico. Os autores representam a característica de magnetização do núcleo ferromagnético, considerando a relação: $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$. A partir dessa relação, descrevem ser possível

considerar os efeitos da histerese, uma vez que os laços de histereses podem ser associados à relação entre **B** e **M**. Destacam que se a histerese é negligenciada, existem grandes diferenças nas formas de onda entre os fluxos calculados e medidos ao longo do núcleo da máquina.

YOON, SONG *et al.* [53] apresentam uma melhoria no modelo dinâmico de histerese E&S (Enokizono & Shimoji), que possibilita aumentar sua precisão para excitações com formas de onda não elípticas. Tal melhoria ocorre na determinação dos coeficientes de histerese associados ao modelo original de E&S. O modelo melhorado é então associado ao MEF em 2D para análise das perdas de um motor de indução trifásico. Uma comparação entre resultados experimentais e os obtidos pelo MEF é apresentada, considerando tanto o modelo original quanto o melhorado.

RIGHI, SADOWSKI *et al.* [54] apresentam uma metodologia que permite incluir as perdas ferromagnéticas nas simulações de dispositivos pelo MEF em 2D com formulação em potencial vetor magnético. Dessa forma, a histerese magnética (representada por um modelo escalar), as correntes de Foucault e as perdas excedentes são consideradas no domínio de cálculo. A influência das perdas é analisada no funcionamento de um quadro de Epstein. Resultados de simulação são apresentados em boa concordância com os resultados experimentais, validando a modelagem proposta.

REPETTO e UZUNOV [55] descrevem um método para a análise de um motor de histerese de alta velocidade usando o MEF em 2D e um modelo escalar de histerese. A solução do problema ocorre em duas etapas: solução do problema não-linear em todo o domínio do motor e solução do domínio restrito ao anel de histerese. Para a segunda etapa, as condições de contorno são assumidas a partir dos resultados obtidos na primeira etapa. Os autores destacam que o principal objetivo do trabalho é avaliar o efeito da histerese na distribuição do campo magnético e sobre as perdas, comparando resultados de simulação com resultados experimentais.

CHEVALIER, LEBouc-KEDOUS *et al.* [56] apresentam um método para estimar as perdas ferromagnéticas em máquinas elétricas. Simulações com o MEF em 2D são realizadas para avaliar a

evolução da indução magnética em qualquer ponto da máquina, considerando a não-linearidade do material ferromagnético por meio de uma curva anisterética. As induções magnéticas obtidas são, então, utilizadas como entrada de um modelo de histerese dinâmico para estimar o ciclo de histerese e, conseqüentemente, as perdas locais. São apresentados resultados, referentes às perdas, para um motor trifásico de 4 kW e 4 pólos. Uma boa concordância entre a estimativa teórica e os valores de medição é observada. Por fim, os autores destacam que, pela primeira vez, é demonstrado que as perdas no rotor representam 30% das perdas totais do motor.

PIRIOU e RAZEK [57] apresentam duas abordagens para a simulação numérica de dispositivos eletromagnéticos associados a circuitos elétricos. Primeiramente, é considerado o acoplamento indireto das equações de campo e dos circuitos elétricos. Posteriormente, é considerado o acoplamento direto, onde as equações são resolvidas simultaneamente. Segundo os autores, essa última abordagem aumenta o tempo de cálculo, porém é mais precisa. Os autores também apresentam alguns exemplos e resultados numéricos são comparados com resultados experimentais, demonstrando as possibilidades oferecidas pelas metodologias propostas.

KUO-PENG, SADOWSKI [58] apresentam um método que permite o acoplamento de conversores estáticos com dispositivos eletromagnéticos modelados pelo MEF. É demonstrado que as variáveis de estado referentes aos conversores podem ser automaticamente determinadas. As equações elétricas são associadas às equações de campo e ambas são resolvidas simultaneamente passo a passo no tempo. Por fim, são apresentados resultados de simulações em boa concordância com resultados experimentais.

1.3 Proposta de tese e objetivos

No Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos (GRUCAD), do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), entre os

diversos temas de estudo abordados pelo grupo, encontra-se o cálculo de campos pelo MEF. Nesse âmbito, o grupo desenvolve *solvers* que resolvem de forma numérica, a partir do MEF, equações diferenciais relacionadas a fenômenos térmicos e eletromagnéticos, considerando um espaço de duas e/ou três dimensões (2D e/ou 3D).

Originalmente, os *solvers* EFCIR e EFROT, desenvolvidos pelo grupo, consideram uma relação anisterética entre campo e indução magnética para a representação da não-linearidade dos materiais ferromagnéticos. O EFCIR é destinado a estruturas sem movimento rotórico, enquanto o EFROT é destinado ao estudo de máquinas rotativas com ranhuras sem inclinação, ambos considerando um espaço 2D. Esses *solvers* também consideram o acoplamento do dispositivo eletromagnético com circuitos elétricos externos, possibilitando resolver simultaneamente as equações provenientes do cálculo de campos e dos circuitos elétricos.

Com relação aos trabalhos defendidos junto ao GRUCAD, encontra-se a tese de Jean Viane Leite [9], que apresenta uma contribuição à modelagem vetorial da histerese magnética, uma importante referência de pesquisa sobre o assunto.

Dois anos antes do trabalho defendido por Leite, a tese de Ana Margarida de Oliveira [10] abordou a modelagem de máquinas elétricas e seus respectivos circuitos elétricos associados utilizando o MEF, resultando na origem do *solver* EFROT. Oliveira conclui que o objetivo de seu trabalho foi o desenvolvimento de um método que aproxime o modelo matemático da máquina de suas condições reais de utilização, propondo uma proposta natural de continuação à melhora do modelo apresentado: incluir ao MEF um modelo de histerese para representação da não-linearidade dos materiais ferromagnéticos.

Dado o exposto acima, este trabalho visa a associar aos *solvers* EFCIR e EFROT um modelo vetorial de histerese que permita caracterizar a isotropia e anisotropia de materiais, mais especificamente o modelo vetorial de JA (considerando a metodologia apresentada em [9]), de modo a analisar o comportamento de dispositivos eletromagnéticos quando considerando a presença da histerese magnética no domínio de

estudo. As vantagens do modelo de JA são: simplicidade, equacionamento estabelecido em equações diferenciais, pequeno número de parâmetros e baixo esforço computacional [9].

Em suma, considerar a histerese de materiais para análise de dispositivos eletromagnéticos associados aos seus respectivos circuitos elétricos externos, mostra-se uma contribuição aos trabalhos que o GRUCAD vem desenvolvendo ao longo dos anos, interligando, nesse caso, as abordagens apresentadas nas duas teses anteriormente citadas.

Dessa forma, os objetivos desta tese de doutorado são:

- implementação do modelo vetorial de histerese de JA aos *solvers* EFCIR e EFROT, contribuindo para um constante aperfeiçoamento dos *solvers*;
- posterior análise de dispositivos eletromagnéticos associados a seus circuitos elétricos externos, considerando o movimento de rotação de máquinas elétricas girantes.

Como resultado dessa análise:

- comparação entre resultados de simulações e experimentais, considerando a presença do modelo vetorial.

Com isso, de forma geral, espera-se considerar a influência da histerese magnética nas simulações de dispositivos eletromagnéticos.

CAPÍTULO 2

Modelos de Histerese

Alguns modelos matemáticos visam representar o comportamento da histerese magnética de materiais ferromagnéticos. Dentre os principais modelos propostos e apresentados na literatura, pode-se citar:

- modelo de JA;
- modelo de Preisach;
- modelo baseado em histerons do tipo *play*;
- modelo baseado em histerons do tipo *stop*.

Concebido a partir de considerações sobre o comportamento físico dos materiais, o modelo de JA apresenta maior simplicidade entre os modelos citados, por demandar um conjunto de parâmetros relativamente pequeno e por apresentar baixo esforço computacional [59]. Dessa forma, a utilização do modelo de JA associado ao cálculo de campos pelo MEF torna-se uma opção interessante na resolução de problemas não-lineares.

Como desvantagem, o modelo de JA, diferentemente dos outros três modelos citados, não consegue produzir laços menores de indução fechados quando os mesmos ocorrem em induções distantes da indução de saturação. Esse comportamento ocorre no modelo de JA para qualquer conjunto de parâmetros utilizado na modelagem [9]. Logo, para problemas nas quais o material é submetido a uma excitação senoidal com conteúdo harmônico significativo perante a fundamental, o modelo de JA pode não ser o mais adequado para análise do problema.

Neste capítulo será abordado somente o modelo de interesse deste trabalho, ou seja, o modelo de JA, tanto na forma escalar quanto uma generalização vetorial proposta por Bergqvist [62]. Optou-se pelo modelo de JA devido às vantagens já citadas, ou seja, o mesmo pode ser diretamente associado ao MEF com formulação em potencial vetor magnético de forma simples e sem acarretar grandes esforços computacionais.

2.1 Modelo escalar direto de JA

O modelo originalmente proposto por JA apresenta como variável independente o campo magnético, H , sendo a indução magnética, B , calculada a partir do valor do campo (caracterizando um modelo denominado direto).

Nesse modelo, a magnetização total, M , é representada pela soma entre as parcelas da magnetização reversível, M_{rev} , e irreversível, M_{irr} , as quais são associadas aos mecanismos de movimento dos domínios magnéticos do material [5]. A relação entre essas parcelas e a magnetização anisterética (caso ideal, sem perdas) é baseada em considerações físicas do processo de magnetização [5].

As equações do modelo são:

$$M = M_{irr} + M_{rev} \quad (2.1)$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.2)$$

$$M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right] \quad (2.3)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \quad (2.4)$$

onde a , c , k e a magnetização de saturação, M_s , são parâmetros determinados a partir de um laço de histerese obtido experimentalmente; δ é um parâmetro direcional que assume o valor +1 se $dH/dt > 0$ e -1 se $dH/dt < 0$; H_e é o campo efetivo, que pode ser representado pela soma do campo externo aplicado, H , e o campo molecular, αM , isto é:

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.5)$$

O parâmetro α também é obtido experimentalmente.

É importante destacar que a obtenção dos parâmetros do modelo pode ser realizada por métodos clássicos de caracterização [59] ou por procedimentos de otimização, utilizando algoritmos genéticos, por exemplo [60][61].

Relacionando a indução magnética efetiva com o campo efetivo, tem-se:

$$B_e = \mu_0 H_e = \mu_0 (H + \alpha M) \quad (2.6)$$

Para obter o valor de B a partir do valor de H é preciso manipular as equações do modelo e obter uma equação diferencial em termos de dM/dH . Logo, substituindo (2.2) em (2.1):

$$M = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.7)$$

Derivando (2.7) em relação a H :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (2.8)$$

Descrevendo os termos dM_{an}/dH :

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} \quad (2.9)$$

O termo dH_e/dH presente em (2.9) pode ser representado pela derivada em relação a H da equação (2.5), ou seja:

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (2.10)$$

Substituindo (2.10) em (2.9):

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (2.11)$$

Já o termo dM_{irr}/dH pode ser representado por:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (2.12)$$

Substituindo (2.11) e (2.12) em (2.8):

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dH} = & \frac{dM_{irr}}{dH} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) + c \left[\frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \right] \\ & - c \left[\frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Finalmente, isolando o termo dM/dH em (2.13):

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (2.14)$$

Em (2.14), o termo dM_{irr}/dH_e é dado por (2.4) e o termo dM_{an}/dH_e é obtido diretamente pela derivação da equação (2.3):

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left[1 - \coth^2 \frac{H_e}{a} + \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

O valor de M_{irr} pode ser expresso por (substituição da equação (2.1) em (2.2)):

$$M_{irr} = \frac{M - cM_{an}}{(1-c)} \quad (2.16)$$

Para baixos valores da relação H_e/a (tipicamente menores que 0,1) presente na função $\coth(H_e/a)$, as equações (2.3) e (2.15) são reescritas para evitar problemas em uma implementação numérica. Portanto, expandindo a função $\coth(H_e/a)$ em uma série de Taylor:

$$\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) = \frac{1}{(H_e/a)} + \frac{(H_e/a)}{3} - \frac{(H_e/a)^3}{45} + \frac{2(H_e/a)^5}{945} + \dots \quad (2.17)$$

Considerando um truncamento em dois termos para a série apresentada e substituindo tais termos em (2.3):

$$M_{an}(t) = M_s \left[\frac{1}{(H_e/a)} + \frac{(H_e/a)}{3} - \frac{a}{H_e} \right] = M_s \frac{H_e(t)}{3a} \quad (2.18)$$

Obtendo o valor da derivada dH_e/dM_{an} a partir da equação (2.18):

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = M_s \frac{1}{3a} \quad (2.19)$$

O fluxograma apresentado na Figura 2.1 apresenta as etapas a serem seguidas para a implementação do modelo escalar direto de JA. No fluxograma, os pares $H(t-\Delta t)$, $B(t-\Delta t)$ e $H(t)$, $B(t)$ são, respectivamente, os valores de campo e indução magnética nos tempos $t-\Delta t$ e t ; it representa o número de iterações a serem executadas.

Numericamente a integração da equação diferencial dM/dH é realizada pelo método de Euler:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{M(t + \Delta t) - M(t)}{\Delta H} \quad (2.20)$$

Para o fluxograma apresentado, os parâmetros referentes ao modelo (a , c , k , α e M_s) são fixados previamente.

Na Figura 2.2 é apresentada uma curva de histerese obtida com um programa numérico que segue o modelo escalar direto. Os parâmetros do material isotrópico, considerados durante a simulação, são os descritos na Tabela 2.1. Já a excitação em campo magnético foi fixada como uma função senoidal dada pela equação $H(t)=700\text{sen}(2\pi ft)$ [A/m]. Cabe ressaltar que a isotropia do material indica que ele possui as mesmas características magnéticas independente da direção de excitação.

Tabela 2.1 – Parâmetros considerados para um material isotrópico hipotético.

M_s	$1,65 \times 10^6$ A/m
k	138 A/m
c	0,27
a	52 A/m
α	$90,30 \times 10^{-6}$

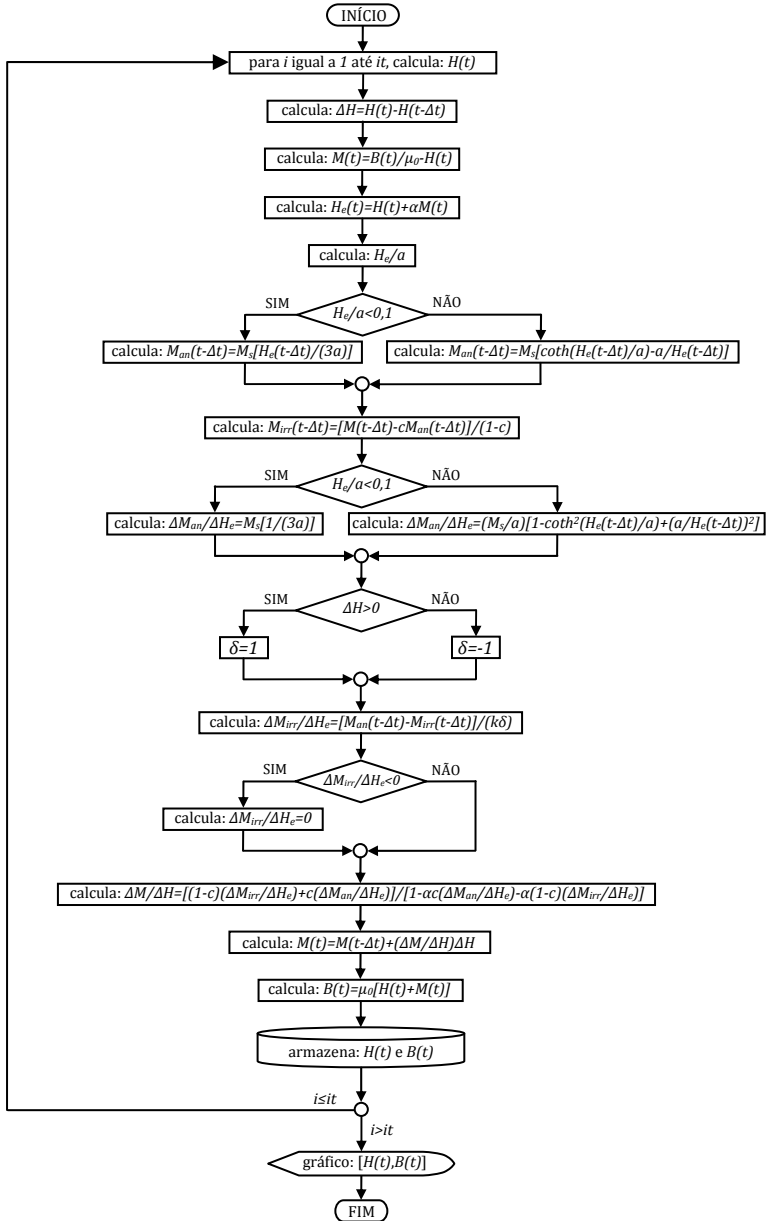


Figura 2.1 – Fluxograma para implementação numérica do modelo escalar direto de JA.

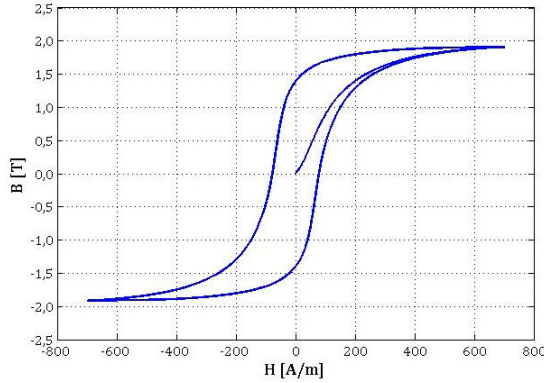


Figura 2.2 – Laço de histerese obtido considerando o modelo escalar direto de JA. Os parâmetros do material são os apresentados pela Tabela 2.1.

2.2 Modelo escalar inverso de JA

Para aplicações considerando o emprego do MEF para o cálculo de campos, com formulação em potencial vetor magnético, a indução magnética é conhecida antes do campo magnético. Se o modelo direto for empregado, uma rotina de inversão numérica deve ser usada, o que pode causar imprecisão e aumento do esforço computacional. Portanto, um modelo inverso se torna preferível quando associado ao MEF.

SADOWSKI, BATISTELA *et al.* [17] apresentam um modelo escalar inverso, no qual a indução magnética é a variável independente, conservando a estrutura do modelo original.

Para a obtenção do modelo inverso, algumas manipulações matemáticas são necessárias. Primeiramente, escrevendo o termo dM/dH :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM}{dB} \frac{dB}{dH} \quad (2.21)$$

Logo:

$$\frac{dM}{dB} = \left(\frac{dM}{dH} \right) / \left(\frac{dB}{dH} \right) \quad (2.22)$$

Sabendo que indução magnética é dada por $B=\mu_0(H+M)$, (2.22) pode ser reescrita como:

$$\frac{dM}{dB} = \left(\frac{dM}{dH} \right) / \left[\mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH} \right) \right] \quad (2.23)$$

Substituindo (2.14) em (2.23):

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{(1-c)}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + c(1-\alpha) \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (2.24)$$

A equação (2.24) pode ser reescrita considerando a indução magnética efetiva:

$$\frac{dM}{dB} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + c(1-\alpha) \frac{dM_{an}}{dH_e} + \mu_0(1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dB_e}} \quad (2.25)$$

Por fim, (2.4) pode ser reescrita em termo de B_e :

$$\frac{dM_{irr}}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \right) \quad (2.26)$$

O fluxograma apresentado na Figura 2.3 apresenta as etapas a serem seguidas para a implementação do modelo escalar inverso. São basicamente as mesmas rotinas estabelecidas no modelo direto.

Como exemplo de curva de histerese obtida pelo modelo inverso, tem-se a Figura 2.4. A excitação em indução magnética foi fixada como uma função senoidal composta por uma fundamental e uma componente harmônica de 3ª ordem, dada pela equação $B(t)=1,8\text{sen}(2\pi ft)+0,5\text{sen}(3*2\pi ft)$ [T]. Já os parâmetros para o material isotrópico simulado são os apresentados pela Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Parâmetros considerados para um material isotrópico hipotético.

M_s	$1,60 \times 10^6$ A/m
k	5000 A/m
c	0,10
a	1000 A/m
α	$1,00 \times 10^{-3}$

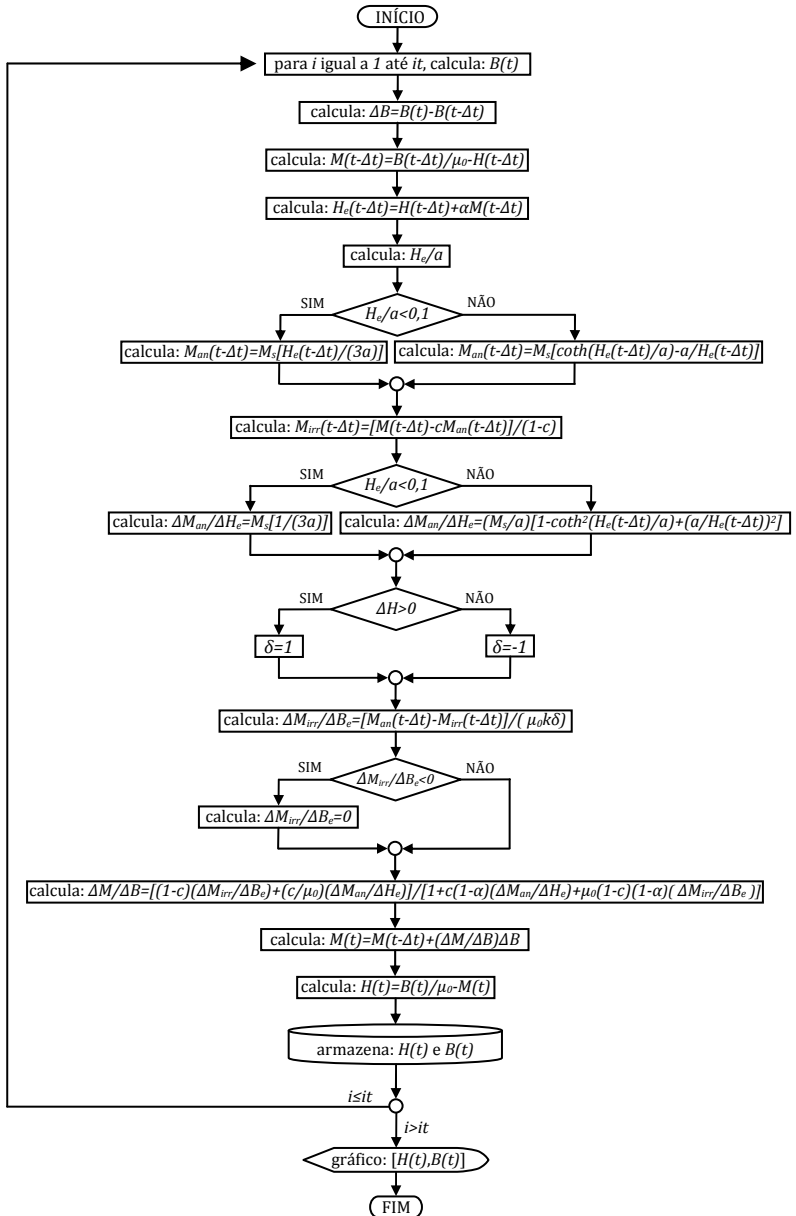


Figura 2.3 – Fluxograma para implementação numérica do modelo escalar inverso de JA.

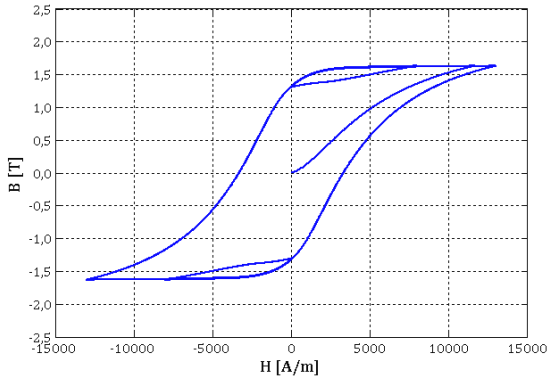


Figura 2.4 – Laço de histerese obtido com o modelo escalar inverso de JA. Os parâmetros do material são os apresentados pela Tabela 2.2.

Considerando uma excitação com $B(t)=1,915\text{sen}(2\pi ft)$ [T] e utilizando os mesmos parâmetros presentes na Tabela 2.1, obtém-se uma curva idêntica a ilustrada pela Figura 2.1, conforme mostra a Figura 2.5. Um resultado que demonstra que o modelo inverso resulta em resultados iguais ao modelo direto para os mesmos níveis de campo e indução magnética.

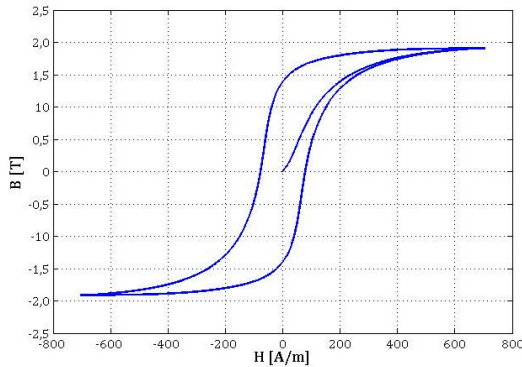


Figura 2.5 – Laço de histerese obtido com o modelo escalar inverso de JA. Os parâmetros do material são os apresentados pela Tabela 2.1.

2.3 Modelo vetorial de JA proposto por Bergqvist [62]

Para aplicações onde o campo magnético é paralelo à indução magnética, os modelos escalares apresentam boa precisão quando considerados. No entanto, quando um material está sujeito a fluxos magnéticos rotativos, o que é comum em máquinas elétricas girantes e juntas de transformadores trifásicos, a indução magnética não é paralela ao campo. Nesses casos, um modelo vetorial se faz necessário para uma abordagem mais precisa do problema (o que permite também avaliar melhor as perdas magnéticas do dispositivo analisado) [17].

BERGQVIST [62] apresenta uma generalização vetorial do modelo escalar de JA. Nessa generalização, assim como no modelo original de JA, a variável independente é o vetor campo magnético, **H**. Cabe destacar, que por sua natureza vetorial, o mesmo pode ser empregado tanto na modelagem de materiais isotrópicos quando anisotrópicos (que possuem características magnéticas dependentes da direção de excitação).

Será aqui apresentada uma generalização vetorial do modelo de JA, baseada na proposta de BERGQVIST [62], desenvolvida por LEITE [9].

O modelo apresentado por LEITE [9] requer um baixo esforço computacional e pode ser diretamente aplicado ao MEF passo a passo no tempo com formulação em potencial vetor magnético, sem a necessidade do uso de inversões numéricas.

No modelo escalar de JA, tem-se que:

$$dM = f(B, M, H) \quad (2.27)$$

BERGQVIST [62] considera as grandezas, antes escalares, como vetoriais, ou seja:

$$d\mathbf{M} = f(\mathbf{B}, \mathbf{M}, \mathbf{H}) \quad (2.28)$$

Para um caso ideal, não havendo impurezas e imperfeições na estrutura cristalina do material, e estando o material submetido a um campo externo, as paredes dos domínios magnéticos irão se expandir e/ou rotacionar e a magnetização total seguirá uma curva anisterética [9].

JILES e ATHERTON [5] relatam que $M_{an}-M_{irr}$ pode ser considerado como a força impelindo o deslocamento das paredes dos domínios; já o parâmetro k (escalar) como os pontos de grampeamento, relacionado às perdas por histerese.

Primeiramente a generalização de BERGQVIST [62] considera o seguinte paralelo: $\mathbf{M}_{an}-\mathbf{M}_{irr}$ assume o mesmo significado de $M_{an}-M_{irr}$ e o parâmetro k é representado por um tensor simétrico \vec{k} (no caso isotrópico, os termos da diagonal são idênticos). BERGQVIST [27] introduz a seguinte variável auxiliar:

$$\vec{\chi}'_f = \vec{k}^{-1}(\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}_{irr}) \quad (2.29)$$

Mudanças ocorrendo em \mathbf{M}_{irr} são paralelas à $\vec{\chi}'_f$, logo $d\mathbf{M}_{irr}|d\mathbf{M}_{irr}|^{-1}$ é igual a $\vec{\chi}'_f|\vec{\chi}'_f|^{-1}$. Essas mudanças são proporcionais à $\vec{\chi}'_f d\mathbf{H}_e$ e ocorrem somente para valores positivos de $\vec{\chi}'_f d\mathbf{H}_e$, ou seja, $d\mathbf{M}_{irr}$ é igual a zero para valores negativos de $\vec{\chi}'_f d\mathbf{H}_e$. Assim, a componente de magnetização irreversível pode ser escrita como [27]:

$$d\mathbf{M}_{irr} = \vec{\chi}'_f|\vec{\chi}'_f|^{-1}(\vec{\chi}'_f d\mathbf{H}_e)^+ \quad (2.30)$$

Já a componente reversível da magnetização, $d\mathbf{M}_{rev}$, é dada por:

$$d\mathbf{M}_{rev} = \vec{c}(d\mathbf{M}_{an} - d\mathbf{M}_{irr}) \quad (2.31)$$

onde \vec{c} é também um tensor.

A equação diferencial referente à magnetização total é obtida pelas equações (2.30) e (2.31):

$$d\mathbf{M} = \vec{\chi}_f|\vec{\chi}_f|^{-1}(\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e)^+ + \vec{c}d\mathbf{M}_{an} \quad (2.32)$$

e a nova variável vetorial $\vec{\chi}_f$ é dada por:

$$\vec{\chi}_f = \vec{k}^{-1}(\mathbf{M}_{an} - \mathbf{M}) \quad (2.33)$$

LEITE [9] propõe uma modificação no modelo dado por (2.32). Tal modificação compreende em expressar a variação da magnetização anisterética, $d\mathbf{M}_{an}$, em função do campo magnético efetivo \mathbf{H}_e e acarreta em um melhor comportamento numérico do

modelo. Dessa forma, reescrevendo $d\mathbf{M}_{an}$ para o caso bidimensional (componentes x e y):

$$d\mathbf{M}_{an} = \begin{bmatrix} dM_{anx} \\ dM_{any} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dM_{anx}}{dH_{ex}} & \frac{dM_{anx}}{dH_{ey}} \\ \frac{dM_{any}}{dH_{ex}} & \frac{dM_{any}}{dH_{ey}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dH_{ex} \\ dH_{ey} \end{bmatrix} = \vec{\xi} d\mathbf{H}_e \quad (2.34)$$

É importante destacar que os termos da diagonal secundária do tensor $\vec{\xi}$ devem ser considerados uma vez que as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} não são nulas. Com isso, o laço de histerese obtido para materiais isotrópicos, considerando uma indução magnética alternada, independe do sentido de excitação (ver APÊNDICE A1).

Substituindo (2.34) em (2.32):

$$d\mathbf{M} = \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} (\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e)^+ + \vec{c} \vec{\xi} d\mathbf{H}_e \quad (2.35)$$

Considerando que $d\mathbf{H}_e = d\mathbf{H} + \vec{\alpha} d\mathbf{M}$, sendo $\vec{\alpha}$ um tensor, (2.35) pode ser escrita de duas formas (de acordo com o sinal do termo $\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e$):

a) Se $(\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e) > 0$:

$$d\mathbf{M} = \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} (\vec{\chi}_f d\mathbf{H}) + \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} (\vec{\chi}_f \vec{\alpha} d\mathbf{M}) + \vec{c} \vec{\xi} d\mathbf{H} + \vec{c} \vec{\xi} \vec{\alpha} d\mathbf{M} \quad (2.36)$$

isolando o termo $d\mathbf{M}$:

$$d\mathbf{M} = \left\{ \mathbf{1} - \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \vec{\chi}_f \vec{\alpha} - \vec{c} \vec{\xi} \vec{\alpha} \right\}^{-1} \left\{ \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \vec{\chi}_f + \vec{c} \vec{\xi} \right\} d\mathbf{H} \quad (2.37)$$

onde $\mathbf{1}$ é a matriz diagonal unitária.

b) Se $(\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e) \leq 0$:

Nesse caso, (2.35) fica reduzida em:

$$d\mathbf{M} = \vec{c} \vec{\xi} d\mathbf{H}_e = \vec{c} \vec{\xi} d\mathbf{H} + \vec{c} \vec{\xi} \vec{\alpha} d\mathbf{M} \quad (2.38)$$

isolando o termo $d\mathbf{M}$:

$$d\mathbf{M} = \{\mathbf{1} - \vec{c} \vec{\xi} \vec{\alpha}\}^{-1} \{\vec{c} \vec{\xi}\} d\mathbf{H} \quad (2.39)$$

Com a integração das equações (2.37) e (2.39), o vetor magnetização, \mathbf{M} , é obtido e consequentemente o vetor indução, \mathbf{B} , a partir de um vetor campo magnético imposto, \mathbf{H} .

LEITE [9] também propõem uma versão vetorial para a função de Langevin de modo a representar a amplitude e direção do vetor campo magnético, possuindo tal função a seguinte forma:

$$\mathbf{M}_{an} = M_{anx} \hat{\mathbf{x}} + M_{any} \hat{\mathbf{y}} = M_{an}(|\mathbf{H}_e|) \frac{\mathbf{H}_e}{|\mathbf{H}_e|} \quad (2.40)$$

Por exemplo, a componente x dessa função é dada por:

$$M_{anx} = M_{sx} \left[\coth \frac{|\mathbf{H}_e|}{a_x} - \frac{a_x}{|\mathbf{H}_e|} \right] \frac{H_{ex}}{|\mathbf{H}_e|} \quad (2.41)$$

e sua derivada em relação a H_{ex} :

$$\begin{aligned} \frac{dM_{anx}}{dH_{ex}} = & \frac{M_{sx}}{a_x} \left[1 - \coth^2 \frac{|\mathbf{H}_e|}{a_x} + \left(\frac{a_x}{|\mathbf{H}_e|} \right)^2 \right] \frac{H_{ex}^2}{|\mathbf{H}_e|^2} \\ & + M_{sx} \left[\coth \frac{|\mathbf{H}_e|}{a_x} - \frac{a_x}{|\mathbf{H}_e|} \right] \left[\frac{1}{|\mathbf{H}_e|} - \frac{H_{ex}^2}{|\mathbf{H}_e|^3} \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

e em relação a H_{ey} :

$$\begin{aligned} \frac{dM_{anx}}{dH_{ey}} = & \frac{M_{sx}}{a_x} \left[1 - \coth^2 \frac{|\mathbf{H}_e|}{a_x} + \left(\frac{a_x}{|\mathbf{H}_e|} \right)^2 \right] \frac{H_{ex}H_{ey}}{|\mathbf{H}_e|^2} \\ & + M_{sx} \left[\coth \frac{|\mathbf{H}_e|}{a_x} - \frac{a_x}{|\mathbf{H}_e|} \right] \left[-\frac{H_{ex}H_{ey}}{|\mathbf{H}_e|^3} \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

Assim como no modelo escalar, a equação (2.42) pode ser expandida em série de Taylor e truncada nos dois primeiros termos quando o argumento da função \coth é muito pequeno:

$$M_{anx} = M_{sx} \frac{H_{ex}}{3a_x} \quad (2.44)$$

e

$$\frac{dM_{anx}}{dH_{ex}} = \frac{M_{sx}}{3a_x} \quad (2.45)$$

O mesmo procedimento pode ser adotado com relação a equação (2.43).

2.4 Modelo vetorial inverso de JA

LEITE [9] apresenta um modelo vetorial inverso, o qual é obtido introduzindo $d\mathbf{H}$, a variação do campo magnético, como segue:

$$d\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} d\mathbf{B} - d\mathbf{M} \quad (2.46)$$

A substituição da equação (2.46) nas equações (2.36) e (2.38), após algumas manipulações algébricas, resulta em:

a) Se $(\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e) > 0$:

$$\begin{aligned} d\mathbf{M} = & \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \left(\vec{\chi}_f \frac{1}{\mu_0} d\mathbf{B} \right) - \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} (\vec{\chi}_f d\mathbf{M}) \\ & + \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} (\vec{\chi}_f \vec{\alpha} d\mathbf{M}) + \vec{c} \vec{\xi} \frac{1}{\mu_0} d\mathbf{B} - \vec{c} \vec{\xi} d\mathbf{M} \\ & + \vec{c} \vec{\xi} \vec{\alpha} d\mathbf{M} \end{aligned} \quad (2.47)$$

isolando o termo $d\mathbf{M}$:

$$\begin{aligned} d\mathbf{M} = & \frac{1}{\mu_0} \left\{ \mathbf{1} + \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \vec{\chi}_f (\mathbf{1} - \vec{\alpha}) \right. \\ & \left. + \vec{c} \vec{\xi} (\mathbf{1} - \vec{\alpha}) \right\}^{-1} \left\{ \vec{\chi}_f |\vec{\chi}_f|^{-1} \vec{\chi}_f + \vec{c} \vec{\xi} \right\} d\mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.48)$$

onde $\mathbf{1}$ é a matriz diagonal unitária.

b) Se $(\vec{\chi}_f d\mathbf{H}_e) \leq 0$:

$$d\mathbf{M} = \vec{c} \vec{\xi} \frac{1}{\mu_0} d\mathbf{B} - \vec{c} \vec{\xi} d\mathbf{M} + \vec{c} \vec{\xi} \vec{\alpha} d\mathbf{M} \quad (2.49)$$

isolando o termo $d\mathbf{M}$:

$$d\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \mathbf{1} - \vec{c} \vec{\xi} (\mathbf{1} - \vec{\alpha}) \right\}^{-1} \left\{ \vec{c} \vec{\xi} \right\} d\mathbf{B} \quad (2.50)$$

As equações (2.48) e (2.50) representam o modelo vetorial inverso de JA. Como já descrito, nesse modelo é possível a obtenção do vetor campo magnético a partir de uma variação do vetor indução magnética, tanto para materiais isotrópicos quanto anisotrópicos.

O fluxograma apresentado na Figura 2.7 apresenta as etapas a serem seguidas para a implementação do modelo vetorial inverso. Já no APÊNDICE A2 é apresentado um programa desenvolvido no *software* MATLAB referente a tal modelo.

Como exemplo, considerou-se uma excitação em indução magnética formada por duas componentes sinusoidais, uma na direção x e outra na direção y , defasadas no tempo de 90° . Tal excitação é assim representada pelo *locus* da Figura 2.6. Os laços de histerese obtidos a partir desta excitação são apresentados na Figura 2.8. Os parâmetros para o material anisotrópico simulado são os apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Parâmetros considerados para um material anisotrópico hipotético.

	direção x	direção y
M_s	$1,35 \times 10^6$ A/m	$1,35 \times 10^6$ A/m
k	108 A/m	71 A/m
c	0,20	0,10
a	112 A/m	155 A/m
α	0,0001	0,0003

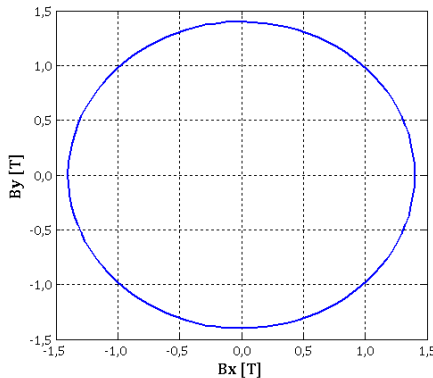


Figura 2.6 – Locus da indução magnética utilizada na simulação.

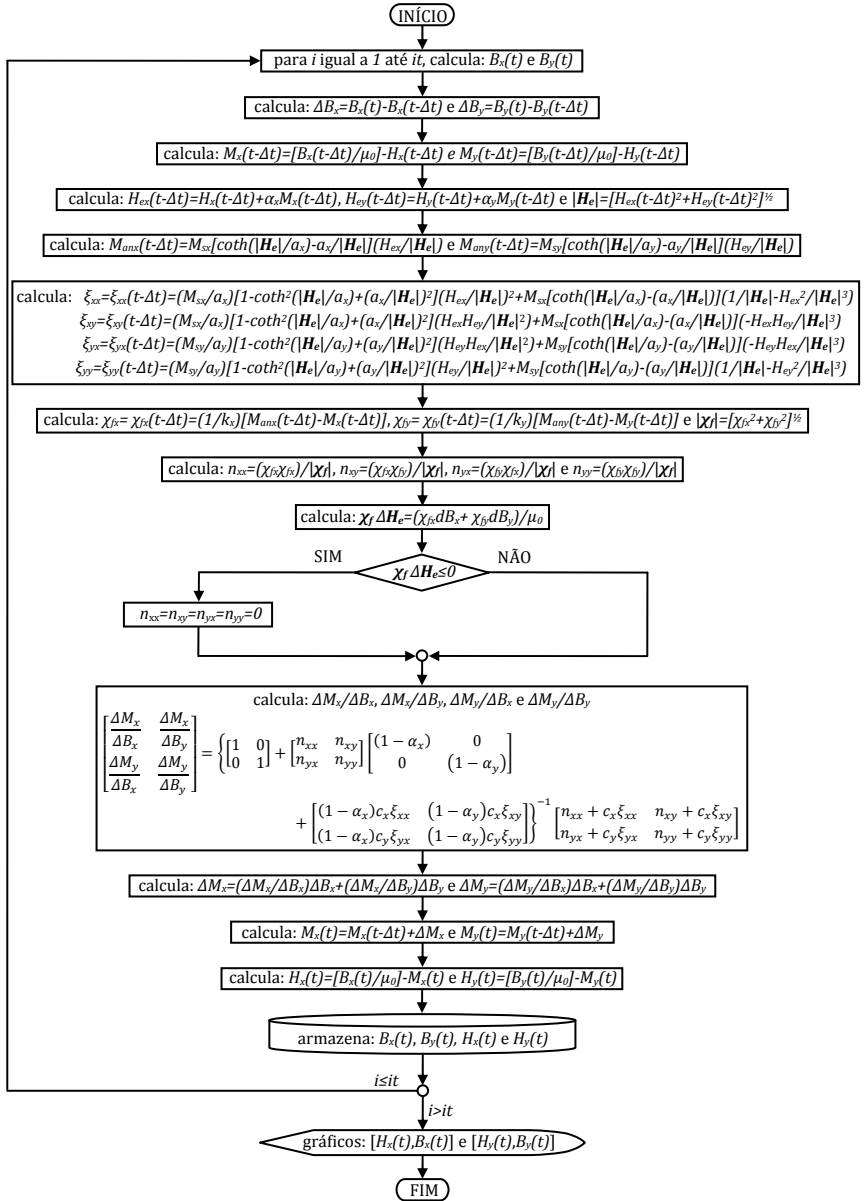


Figura 2.7 – Fluxograma para implementação numérica do modelo vetorial inverso de JA.

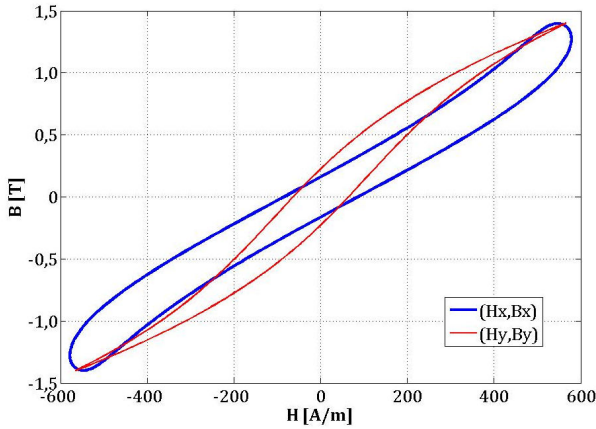


Figura 2.8 – Laços de histerese obtidos com o modelo vetorial inverso de JA. Os parâmetros do material são os apresentados pela Tabela 2.3.

A Figura 2.9 ilustra os campos magnéticos obtidos nas direções x e y.

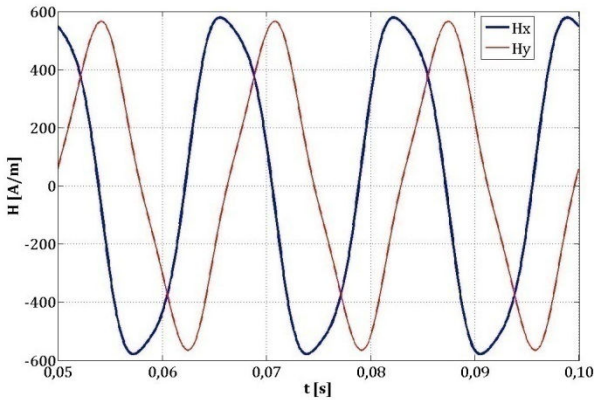


Figura 2.9 – Campos magnéticos obtidos nas direções x e y.

2.5 Determinação dos parâmetros

Quando determinados de forma clássica [59], os parâmetros do modelo são obtidos a partir de um único laço de histerese

experimental. Por outro lado, quando a determinação ocorre por um processo de otimização, é possível considerar vários laços (com diferentes níveis máximos de indução magnética) no processo de obtenção dos parâmetros. Além disso, o acesso a ferramentas de otimização, como o suplemento *Solver* presente no *software* Excel (do pacote Microsoft Office), torna natural a solução do problema a partir dessa abordagem.

Logo, é razoável concluir que o processo de otimização é uma boa escolha na resolução desse tipo de problema.

Para ilustrar a eficiência da otimização, a Figura 2.10 mostra laços de histerese experimentais e calculados. A otimização utilizada visou a obtenção de parâmetros que minimizassem a soma dos erros absolutos associados aos campos magnéticos provenientes do modelo em relação aos campos magnéticos medidos. Cabe aqui uma observação: normalmente busca-se minimizar o somatório dos erros quadráticos, mas qualquer outra consideração é possível. Por exemplo, é possível minimizar os erros absolutos elevados nas potências de $1/2$, $3/2$ e 3 (quanto maior a potência considerada, mais privilegiada torna-se a representação da região de saturação em detrimento das demais).

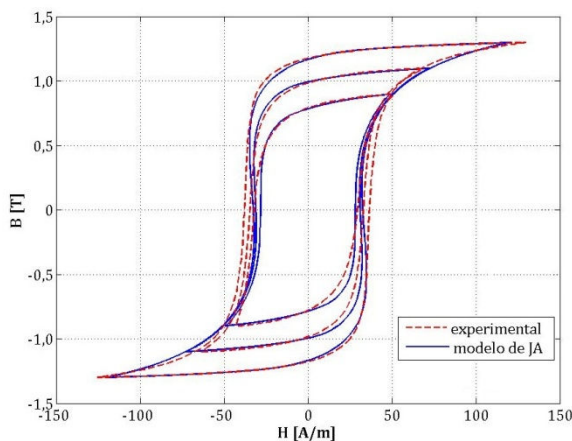


Figura 2.10 – Laços de histerese experimentais e calculados a partir do modelo de JA. Os parâmetros do modelo foram determinados por otimização.

2.6. Restrição para a determinação dos parâmetros

Quando o modelo de JA é associado ao MEF, os parâmetros do modelo não mudam durante as simulações, independente do nível de indução ao qual o elemento finito está submetido. Portanto, é importante assegurar que o modelo tenha comportamento físico para qualquer nível de indução, pois embora os parâmetros obtidos para uma determinada indução possam garantir esse comportamento até certo nível de indução, pontos com elevadas saturações podem ocorrer durante as simulações e acarretarem um comportamento não-físico da histerese ou na não convergência do sistema não-linear. Para evitar essa situação, a seguir é apresentada uma restrição a ser considerada para a determinação dos parâmetros, de modo que o modelo de JA apresente comportamento físico para qualquer nível de excitação.

Para obtenção do modelo escalar inverso de JA é escrito:

$$\frac{dM}{dB} = \left(\frac{dM}{dH} \right) / \left[\mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dH} \right) \right] \quad (2.23)$$

onde dM/dH , do modelo direto, é dado por:

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (2.14)$$

Em (2.23) é esperado $dM/dB > 0$ e $dM/dB < 1/\mu_0$. Contudo, dM/dH , (2.14), pode resultar em valores negativos, e mesmo assim ter-se $dM/dB > 0$, porém com $dM/dB > 1/\mu_0$. Logo, a condição $dM/dH > 0$ impõe uma restrição ao modelo. Observando (2.14), pode-se concluir que o numerador sempre resulta em valores positivos, pois $0 < c < 1$, $dM_{an}/dH_e > 0$ e $dM_{irr}/dH_e \geq 0$, então, deve-se assegurar que o numerador não assuma valores negativos, ou seja:

$$1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} > 0 \quad (2.51)$$

O máximo valor de dM_{an}/dH_e é dada por (2.19):

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = M_s \frac{1}{3a} = \left. \frac{dM_{an}}{dH_e} \right|_{máx} \quad (2.19)$$

Já o máximo valor de dM_{irr}/dH_e é obtido a partir de (2.4), considerando $M_{irr} = 0$, e é dado por:

$$\left. \frac{dM_{irr}}{dH_e} \right|_{m\acute{a}x} = \frac{M_{an}|_{m\acute{a}x}}{k} = \frac{M_s}{k} \quad (2.52)$$

Apesar de que matematicamente dM_{irr}/dH_e pode resultar em valores negativos, o modelo de JA determina que seja assumido $dM_{irr}/dH_e = 0$ nesses casos.

Finalmente, substituindo (2.19) e (2.52) em (2.51), a restrição a ser imposta na determinação dos parâmetros é dada por:

$$1 - \alpha c \frac{M_s}{3a} - \alpha(1 - c) \frac{M_s}{k} > 0 \quad (2.53)$$

Como observação, os valores máximos das derivadas não ocorrem simultaneamente, logo, a restrição assegura de forma inequívoca que os parâmetros obtidos não resultarão em laços de histerese não-físicos.

O valor expresso por (2.52) é superestimado, uma vez que quando o valor de M_{an} é máximo, M_{irr} tende a ser próximo a M_{an} . De fato, o máximo valor de dM_{irr}/dH_e , difícil de ser obtido analiticamente, é sempre menor que (2.52).

De modo a ilustrar as consequências da restrição, considera-se os dois conjuntos de parâmetros apresentados na Tabela 2.4, um que respeita a restrição e um que a viola.

Tabela 2.4 – Conjuntos de parâmetros.

	conjunto A (respeita (2.53))	conjunto B (viola (2.53))
M_s	$1,500 \times 10^6$ A/m	$1,500 \times 10^6$ A/m
k	1000 A/m	800 A/m
c	0,500	0,500
a	500 A/m	400 A/m
α	0,00075	0,00100

As Figuras 2.11 e 2.12 ilustram, respectivamente, os laços de histerese obtidos para os conjuntos A e B de parâmetros, assumindo uma indução magnética sinusoidal como excitação e o modelo escalar inverso de JA. Na Figura 2.12, há um comportamento não-físico em certas regiões dos laços mais externos. Nesses laços, as induções magnéticas máximas são 1,40 T e 1,60 T e as regiões não-físicas apresentam $dM/dH < 0$ com $dM/dB > 1/\mu_0$.

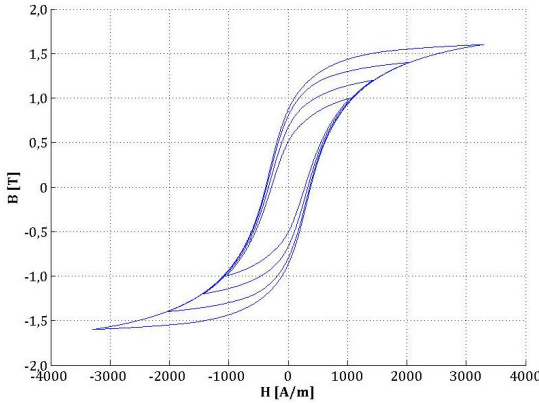


Figura 2.11 – Laços de histerese para o conjunto A de parâmetros: todos têm comportamento físico.

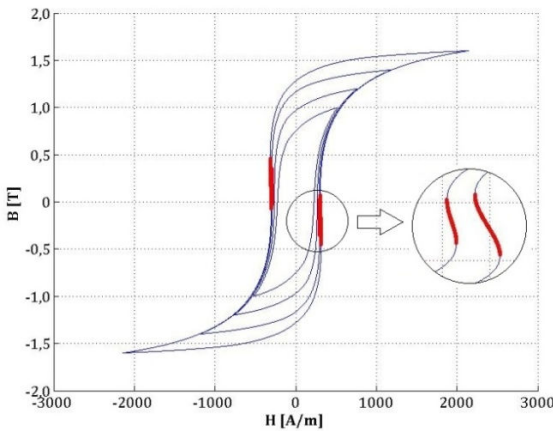


Figura 2.12 – Laços de histerese para o conjunto B de parâmetros: os mais externos apresentam comportamento não-físico.

As Figuras 2.13 e 2.14 ilustram, respectivamente, a relutividade diferencial, $\nu_d = dH/dB$, em função do campo magnético para os conjuntos A e B de parâmetros e uma indução magnética máxima igual a 1,40 T. A partir da relutividade diferencial é possível associar o modelo escalar ao MEF e é esperado que essa grandeza física seja sempre positiva [17][59]. Contudo, na Figura 2.14 é observada a violação dessa condição. Assim, problemas de convergência na resolução de sistemas não-lineares podem ocorrer

quando o modelo escalar é considerado e os parâmetros do modelo são mal condicionados (que resultam em laços não-físicos).

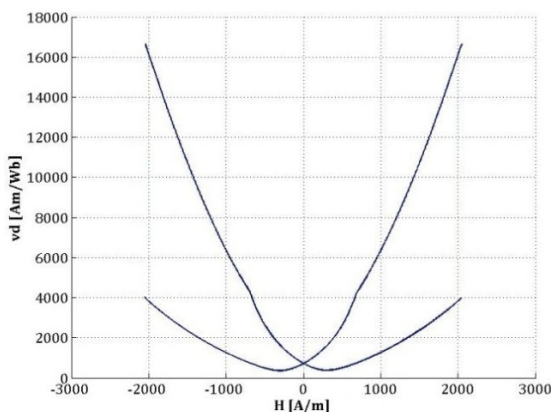


Figura 2.13 – Relutividade diferencial para o conjunto A de parâmetros, assumindo uma indução magnética máxima igual à 1,40 T. Nem um valor negativo é observado.

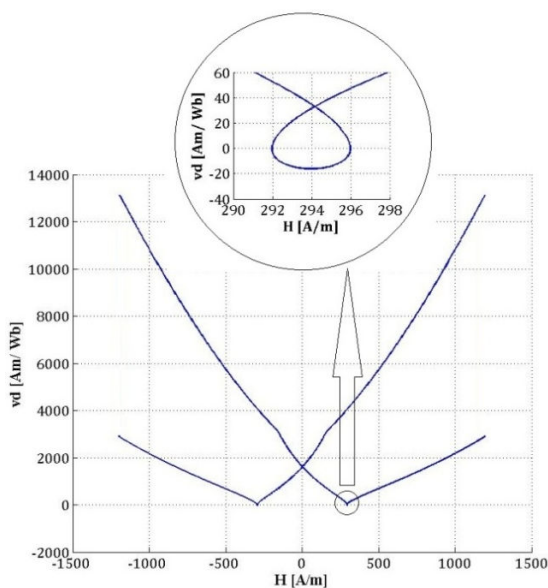


Figura 2.14 – Relutividade diferencial para o conjunto B de parâmetros, assumindo uma indução magnética máxima igual à 1,40 T. Valores negativos são observados.

Quando o modelo vetorial é considerado, assim como é importante garantir que v_d seja sempre positivo em uma abordagem escalar, é importante garantir que $\|v_d\|$ seja sempre definido positivo (autovalores maiores que zero). Cabe ressaltar que com o modelo vetorial é fisicamente possível obter laços de histerese onde $dH_x/dB_x < 0$ e $dH_y/dB_y < 0$, como os ilustrados por LEITE, BENABOU *et al.* [21], desde que $\|v_d\|$ seja positivo definido.

Assumindo um material isotrópico e os parâmetros apresentados na Tabela 2.4, simulações com o modelo vetorial indicam que $\|v_d\|$ permanece positivo definido para qualquer nível de excitação quando o conjunto A de parâmetros é considerado. Quando o conjunto B é considerado, isso não ocorre. Por exemplo, considerando uma excitação rotacional, como a ilustrada na Figura 2.15, os autovalores do tensor são sempre positivos para o conjunto A, mas assumem valores negativos para o conjunto B, como ilustram as Figuras 2.16 e 2.17. Assim, a restrição (2.53) mostra-se potencialmente válida quando o modelo vetorial é adotado.

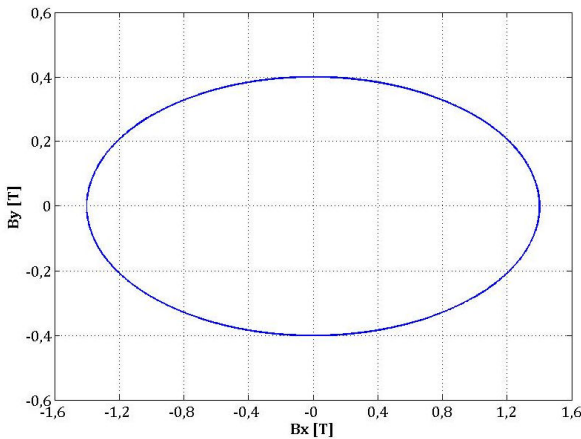


Figura 2.15 – Indução magnética.

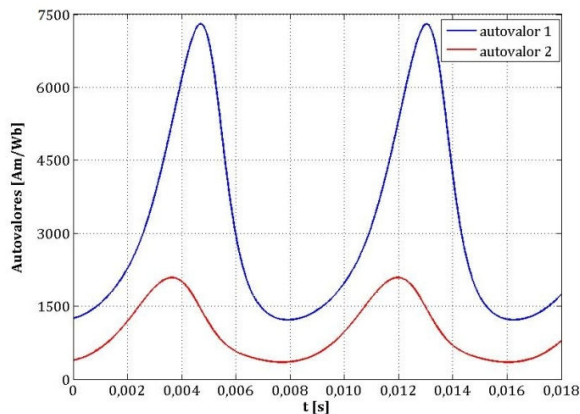


Figura 2.16 – Autovalores do tensor de relutividade diferencial para o conjunto A de parâmetros. Nem um valor negativo é observado.

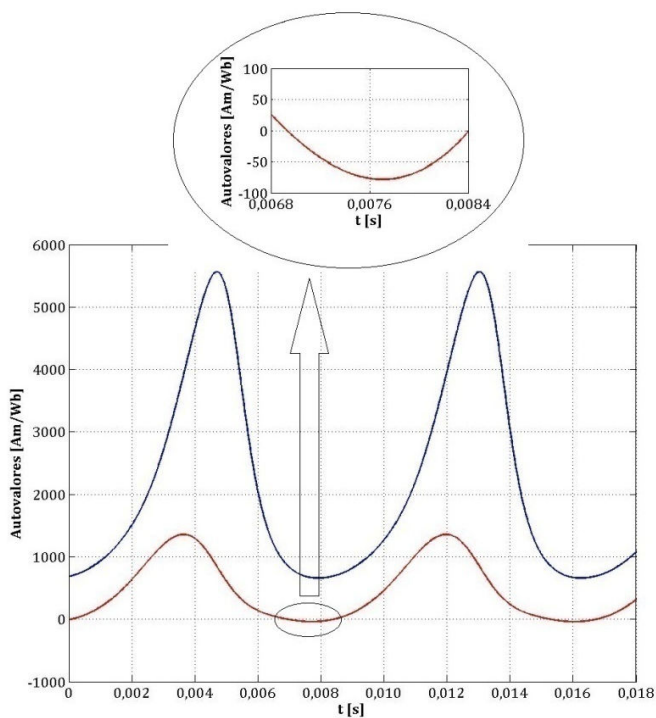


Figura 2.17 – Autovalores do tensor de relutividade diferencial para o conjunto B de parâmetros. Valores negativos são observados.

As Figuras 2.18 e 2.19 ilustram os laços de histerese obtidos para os conjuntos A e B, respectivamente. Nesse caso, apenas observando os laços não é possível afirmar se $\|v_d\|$ apresenta ou não autovalores negativos em alguma região.

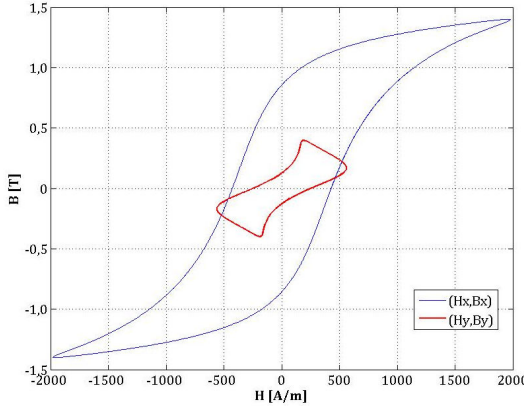


Figura 2.18 – Laços de histerese para o conjunto A de parâmetros.

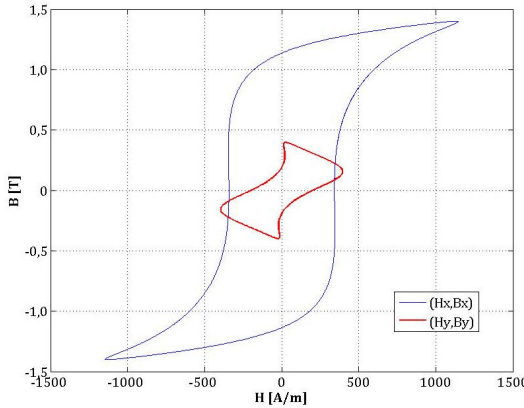


Figura 2.19 – Laços de histerese para o conjunto B de parâmetros.

De modo a observar a influência dos parâmetros em simulações com o MEF, considerou-se a simulação de um motor de histerese monofásico com rotor travado. Assumiu-se uma permeabilidade magnética constante para o estator, já o rotor foi modelado a partir do modelo vetorial.

A Figura 2.20 ilustra as linhas de fluxo observadas em um determinado instante de tempo. Em (a) considerou-se o conjunto A de parâmetros; em (b) o conjunto B; e em (c) o conjunto B, porém com uma redução de 10% nos parâmetros k e a , ou seja, com $k = 720$ A/m e $a = 360$ A/m. A redução considerada implica que a restrição (2.53) é violada mais fortemente, o que além de prejudicar a convergência do sistema não-linear, também conduz a resultados incoerentes, como pode ser observado pelas linhas de fluxo que passam pelo rotor.

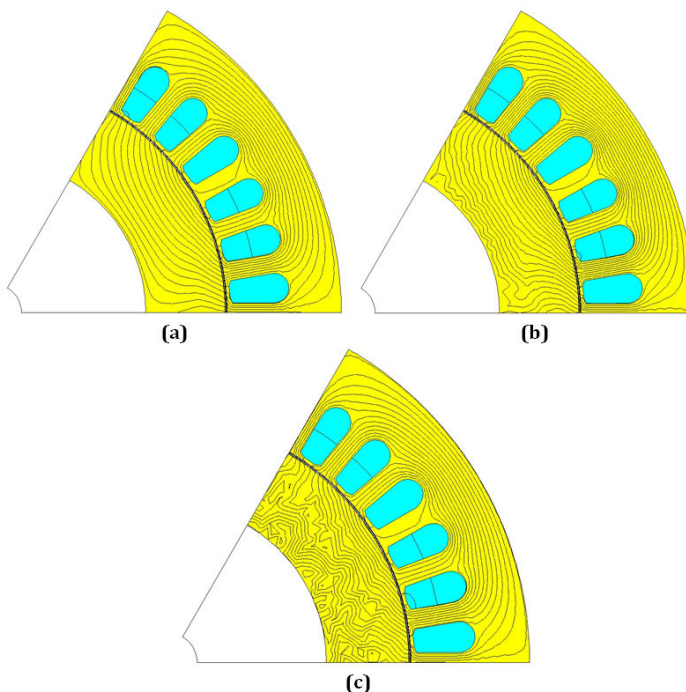


Figura 2.20 – Linhas de fluxo para um motor de histerese monofásico com rotor travado, considerando: (a) conjunto A de parâmetros; (b) conjunto B; (c) conjunto B, porém com $k = 720$ A/m e $a = 360$ A/m.

Um exemplo simples, transformador monofásico a vazio (ver Figura 2.21), também foi abordado. As especificações assumidas para o transformador são apresentadas na Tabela 2.5.

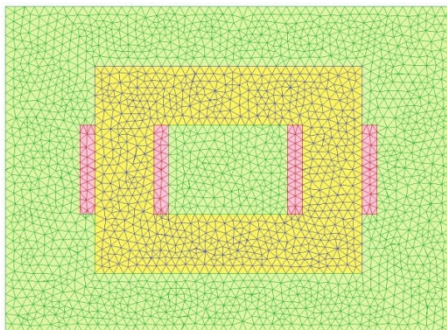


Figura 2.21 – Transformador simulado. A malha de elementos finitos é composta por 4656 elementos e 2409 nós.

Tabela 2.5 – Especificações do transformador.

	primário	secundário
tensão (V)	220	110
número de espiras	300	150
resistência (Ω)	2	1
frequência (Hz)		60
comprimento (mm)		180
altura (mm)		140
largura da coluna (mm)		40
profundidade (mm)		50

Para caracterizar o núcleo ferromagnético do transformador, foram considerados três conjuntos de parâmetros, conforme Tabela 2.6. O primeiro conjunto faz referência aos obtidos para os laços calculados apresentados na Figura 2.10. Para o segundo conjunto (ver Figura 2.22), a restrição (2.53) foi imposta; para o terceiro conjunto (ver Figura 2.23), considerou-se uma restrição mais suave assumindo uma redução de 40% no valor de (2.52).

Tabela 2.6 – Conjuntos de parâmetros.

	conjunto 1 (viola (2.53))	conjunto 2 (respeita (2.53))	conjunto 3 (restrição suave)
M_s	$1,313 \times 10^6$ A/m	$1,326 \times 10^6$ A/m	$1,291 \times 10^6$ A/m
k	60,622 A/m	54,432 A/m	58,243 A/m
c	0,335	0,222	0,290
a	32,278 A/m	12,548 A/m	18,957 A/m
α	$100,249 \times 10^{-6}$	$37,369 \times 10^{-6}$	$62,350 \times 10^{-6}$

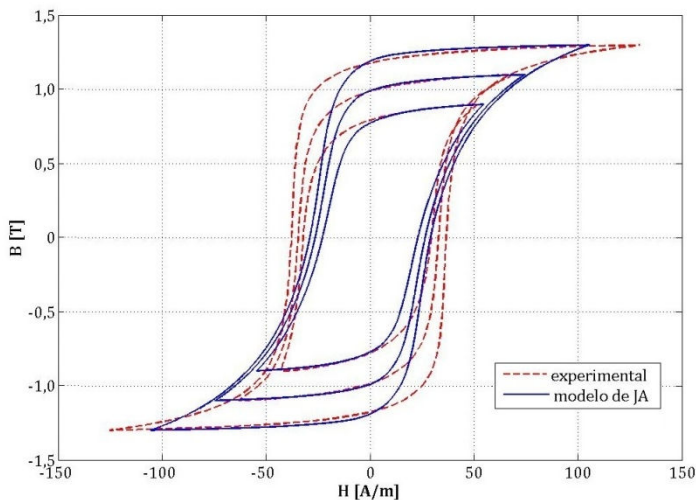


Figura 2.22 – Laços de histerese para o conjunto 2 de parâmetros.

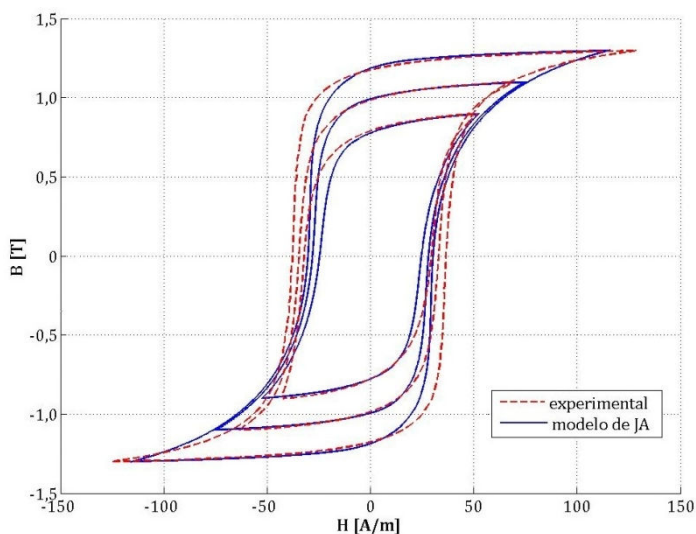


Figura 2.23 – Laços de histerese para o conjunto 3 de parâmetros.

Foram simulados seis períodos de 60 Hz (1000 pontos por período) e a tensão primária inicial foi considerada máxima (evitando correntes de *inrush*). A Tabela 2.7 ilustra os resultados

obtidos para os três conjuntos, observando-se que não foi possível obter convergência para o primeiro conjunto.

As correntes no enrolamento primário em regime permanente, considerando os conjuntos 2 e 3, são mostradas na Figura 2.24.

Tabela 2.7 – Conjuntos de parâmetros.

conjunto	converge	média de iterações por passo de tempo	tempo de simulação [minutos]
1	não	-	-
2	sim	6,41	20,10
3	sim	7,39	23,28

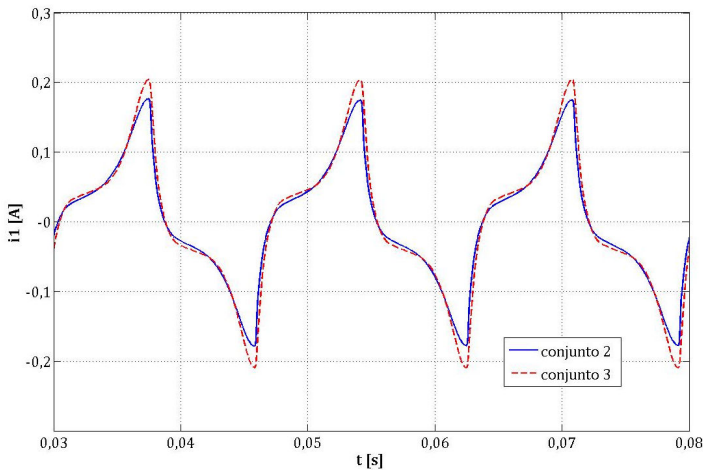


Figura 2.24 – Corrente no enrolamento primário em regime permanente.

Uma vez que a restrição é imposta para obtenção dos parâmetros, consequentemente ocorre uma redução na acurácia do modelo ao representar os laços experimentais. Logo, é recomendável considerá-la apenas se problemas de convergência ocorrerem durante as simulações com o MEF. Uma restrição mais suave, reduzindo, por exemplo, em 50% o valor de (2.52), também pode ser um opção a ser considerada.

Em suma, com relação ao tensor de relutividade diferencial, cabe destacar quatro observações:

1) para materiais isotrópicos, o tensor é naturalmente simétrico ($\nu_{12} = \nu_{21}$) e respeitando a restrição (2.53), o mesmo manteve-se sempre definido positivo nas simulações realizadas;

2) para materiais anisotrópicos, o tensor torna-se naturalmente assimétrico, podendo apresentar autovalores reais e/ou complexos; porém, se as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} são desconsideradas, o tensor é sempre simétrico tanto para materiais isotrópicos quanto anisotrópicos;

3) a simetria do tensor garante matematicamente que seus autovalores sejam reais (não complexos), mas não garante que sejam ambos positivos;

4) a assimetria do tensor, em virtude da anisotropia, impõe um maior grau de complexidade ao problema. Dessa forma, determinar diferentes parâmetros (para as direções x e y) que garantam que o tensor seja sempre definido positivo ainda é uma questão indefinida e que requer estudos futuros.

Pela equação (3.14) (ver Capítulo 3), também constata-se que tensores assimétricos resultam em matrizes elementares \mathbf{SS}^{el} assimétricas. Como consequência, a matriz global \mathbf{SS} também torna-se assimétrica.

CAPÍTULO 3

Inclusão da Histerese ao MEF

Neste capítulo é apresentada uma metodologia para a inclusão do modelo vetorial inverso de JA junto ao MEF em 2D com formulação em potencial vetor magnético. Tal metodologia é baseada na obtenção de um tensor de relutividade diferencial, que é diretamente proveniente do modelo vetorial.

Posteriormente as equações referentes ao dispositivo eletromagnético, à topologia dos circuitos elétricos e ao movimento mecânico são apresentadas.

Também é descrito de que forma as perdas por histerese podem ser avaliadas ao longo do tempo nas simulações e como o modelo vetorial pode ser discretizado dentro de um programa de elementos finitos, de modo a garantir uma melhor convergência do sistema não-linear. Por fim, o método de aproximações sucessivas, utilizado para resolução de problemas não-lineares, é apresentado.

3.1 Tensor de relutividade magnética associado ao MEF

A relação entre $d\mathbf{H}$ e $d\mathbf{B}$ pode ser expressa por:

$$d\mathbf{H} = \|\nu_d\| d\mathbf{B} \quad (3.1)$$

onde $\|\nu_d\|$ representa um tensor (ver APÊNDICE A3) de relutividade diferencial, que pode ser escrito como [19]:

$$\|\nu_d\| = \begin{bmatrix} \partial\nu_{xx} & \partial\nu_{xy} \\ \partial\nu_{yx} & \partial\nu_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Considerando, por exemplo, um problema magnetostático com formulação em potencial vetor magnético, tem-se as seguintes equações que definem o problema:

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{H} = f(\mathbf{B}) \quad (3.5)$$

onde \mathbf{J} é um termo fonte, \mathbf{A} é o potencial vetor magnético e a equação (3.5) representa o modelo vetorial de histerese.

Utilizando a discretização de Euler, a equação (3.1) pode ser escrita como:

$$\mathbf{H}_i = \|\mathbf{v}_d\|(\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_{i-1}) + \mathbf{H}_{i-1} \quad (3.6)$$

onde o sub-índice i representa o i -ésimo passo de tempo. Substituindo (3.6) em (3.3), resulta em:

$$\text{rot}(\|\mathbf{v}_d\|(\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_{i-1}) + \mathbf{H}_{i-1}) = \mathbf{J}_i \quad (3.7)$$

Finalmente, substituindo (3.4) em (3.7), tem-se:

$$\text{rot}(\|\mathbf{v}_d\|\text{rot}\mathbf{A}_i) = \mathbf{J}_i + \text{rot}(\|\mathbf{v}_d\|\text{rot}\mathbf{A}_{i-1}) - \text{rot}\mathbf{H}_{i-1} \quad (3.8)$$

Considerando um problema em 2D, o potencial vetor magnético tem componente apenas na direção z e a operação $\text{rot}(\|\mathbf{v}_d\|\text{rot}\mathbf{A}_i)$ torna-se:

$$\begin{aligned} \text{rot}(\|\mathbf{v}_d\|\text{rot}\mathbf{A}) = & \left(\frac{\partial}{\partial x} \partial v_{yx} \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \partial v_{yy} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \partial v_{xx} \frac{\partial A}{\partial y} \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} \partial v_{xy} \frac{\partial A}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

ou

$$\text{rot}(\|\mathbf{v}_d\|\text{rot}\mathbf{A}) = \text{div}(\|\mathbf{v}_d\|^* \text{grad}\mathbf{A}) \hat{\mathbf{z}} \quad (3.10)$$

O tensor $\|\mathbf{v}_d\|^*$ é dado por:

$$\|\mathbf{v}_d\|^* = \begin{bmatrix} -\partial v_{yy} & \partial v_{yx} \\ \partial v_{xy} & -\partial v_{xx} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Substituindo (3.10) em (3.8), tem-se que:

$$\begin{aligned} & \text{div}(\|\mathbf{v}_d\|^* \text{grad}\mathbf{A}_i) \hat{\mathbf{z}} \\ & = \mathbf{J}_i \hat{\mathbf{z}} + \text{div}(\|\mathbf{v}_d\|^* \text{grad}\mathbf{A}_{i+1}) \hat{\mathbf{z}} - \text{rot}\mathbf{H}_{i-1} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Em termos matriciais, utilizando a discretização de Euler e o MEF (método de Galerkin), (3.12) pode ser representada por:

$$\mathbf{SS}(\|\mathbf{v}_d\|)\mathbf{A}(t) = \mathbf{PI}(t) + \mathbf{SS}(\|\mathbf{v}_d\|)\mathbf{A}(t - \Delta t) + \mathbf{D}_H \quad (3.13)$$

Cabe destacar que a matriz \mathbf{SS} , relacionada à permeabilidade magnética dos materiais presentes no domínio de estudo e que recebe contribuições de todos os elementos da malha de elementos finitos, varia de um passo de tempo para outro. Isso pode ocorrer devido a duas possibilidades: existência de não-linearidades no domínio de cálculo e/ou movimento relativo entre partes móveis e fixas do dispositivo.

Com relação ao tensor $\|v_d\|$, para casos lineares, o mesmo apresenta termos invariáveis. Já para problemas não-lineares, seus termos são obtidos a partir do modelo vetorial inverso de JA. Ainda, é importante garantir que $\|v_d\|$ seja sempre positivo definido durante as simulações, o que pode acarretar em uma restrição a ser imposta na determinação dos parâmetros do modelo, conforme apresentada no Capítulo 2.

Considerando elementos triangulares de primeira ordem (ver Figura 3.1), as contribuições elementares de cada elemento (sobre-índice el) referentes à $\mathbf{SS}(\|v_d\|)$ e \mathbf{D}_H são dadas por:

- Termo $\mathbf{SS}^{el}(t)$:

$$\mathbf{SS}^{el}(t) = \frac{1}{2D} \begin{bmatrix} q_1 & r_1 \\ q_2 & r_2 \\ q_3 & r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\partial v_{yy} & \partial v_{yx} \\ \partial v_{xy} & -\partial v_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde:

$$\begin{aligned} p_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ q_1 &= y_2 - y_3 \\ r_1 &= x_3 - x_2 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Os termos p_2, p_3, r_2, r_3, q_2 e q_3 são obtidos a partir das relações expressas em (3.15), considerando uma permutação cíclica dos índices. Por sua vez, o valor de D em (3.14) é igual a duas vezes a área do elemento triangular, ou seja:

$$D = \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

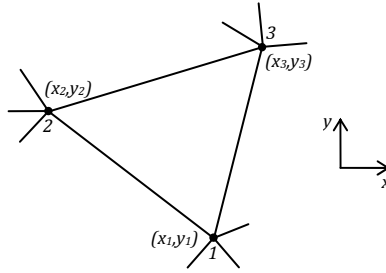


Figura 3.1 – Elemento triangular pertencente a uma malha de elementos finitos.

- Termo D_H

É semelhante a contribuição de ímãs permanentes e relaciona a contribuição do campo magnético no passo de tempo anterior, $t - \Delta t$. É dado por:

$$D_H^{el}(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_1 H_y(t - \Delta t) - r_1 H_x(t - \Delta t) \\ q_2 H_y(t - \Delta t) - r_2 H_x(t - \Delta t) \\ q_3 H_y(t - \Delta t) - r_3 H_x(t - \Delta t) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Descrevendo os demais termos presentes em (3.13):

- $A(t - \Delta t)$ e $A(t)$ representam os valores dos potenciais vetores magnéticos nos nós da malha de elementos finitos nos tempos $t - \Delta t$ e t , respectivamente.
- P é a contribuição referente às regiões com enrolamentos.
- $I(t)$ representa as correntes dos enrolamentos no tempo t .

3.2 Equações referentes ao dispositivo eletromagnético

O equacionamento referente à modelagem do dispositivo eletromagnético, aqui apresentado, considera um domínio bidimensional, consistindo em uma seção transversal do mesmo, bem como uma formulação magnetodinâmica para obtenção do sistema de equações que definem o problema. Nesta formulação é considerada a presença de materiais ferromagnéticos saturáveis, de materiais com imantação remanente, assim como condutores finos e maciços.

A partir das considerações inicialmente descritas e utilizando-se do MEF (método de Galarkin) para discretização espacial do domínio de estudo e obtenção do sistema de equações, a formulação em potencial vetor magnético que acoplada as equações de campo e as equações do circuito elétrico pode ser escrita da seguinte forma [10]:

$$\begin{aligned} SS(\|v_d\|)A(t) + N \frac{d}{dt}A(t) - P_f I_f(t) - P_m I_m(t) &= SS(\|v_d\|)A(t - \Delta t) + D(t) \\ Q_m \frac{d}{dt}A(t) + R_m I_m(t) &= I_m(t) \\ Q_f \frac{d}{dt}A(t) + R_f I_f(t) + L_f \frac{d}{dt}I(t) &= U_f(t) \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde t e $t - \Delta t$ são dois passos de tempo sucessivos. A matriz N está relacionada à condutividade elétrica, D é a contribuição devido aos ímãs permanentes e/ou devida ao campo magnético no passo de tempo anterior, P_f e Q_f são as contribuições nas regiões com enrolamentos (condutores finos) e P_m e Q_m são as contribuições nas regiões com condutores maciços. As resistências dos condutores finos e maciços são incluídas nas matrizes R_f e R_m , respectivamente. L_f assume um valor de indutância suplementar para os condutores finos e U_f e U_m são as tensões nos terminais dos condutores finos e maciços (ver APÊNDICE A4), respectivamente.

Assumindo duas simplificações, como descritas em [10]:

1) As máquinas possuem ranhuras, barras ou ímãs retos, ou seja, a seção transversal não sofre variação ao longo de sua profundidade. Assim, uma única seção transversal descreve todo o domínio e sua profundidade é igual à profundidade da máquina.

2) Os condutores maciços presentes no domínio de estudo estão todos curto-circuitados entre si, ou seja, uma mesma diferença de potencial existe entre os terminais de todos os condutores maciços e seu valor é igual a zero ($U_m = 0$).

Considerando a segunda simplificação é possível reduzir o número de equações a serem resolvidas simultaneamente, resultando em um sistema com duas equações:

$$\begin{aligned} SS(\|v_d\|)A(t) + N \frac{d}{dt}A(t) - P_f I_f(t) &= SS(\|v_d\|)A(t - \Delta t) + D \\ Q_f \frac{d}{dt}A(t) + R_f I_f(t) + L_f \frac{d}{dt}I(t) &= U_f(t) \end{aligned} \quad (3.19)$$

E assim, as correntes em condutores maciços são calculadas em uma etapa posterior à análise, substituindo os potenciais obtidos do sistema (3.19) na segunda equação presente em (3.18) (lembrando que $\mathbf{U}_m = 0$):

$$\mathbf{I}_m(t) = -\mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{Q}_m \frac{d}{dt} \mathbf{A}(t) \quad (3.20)$$

Para a resolução do sistema apresentado em (3.19) é necessário impor condições de contorno, tais como, condições de Dirichlet, Neumann, periodicidade ou anti-periodicidade (ver APÊNDICE A5). Nesse sistema, busca-se determinar os valores de $\mathbf{A}(t)$ em cada nó da malha de elementos finitos, bem como os valores das correntes $\mathbf{I}_f(t)$ e $\mathbf{I}_m(t)$.

3.3 Equações referentes à topologia do circuito

O equacionamento aqui apresentado considera que os circuitos elétricos externos podem ser compostos por conversores estáticos. As tensões impostas aos enrolamentos dos dispositivos não precisam ser conhecidas *a priori*, pois o *solver* utilizado modela o conversor utilizando variáveis em espaço de estados e a teoria de Grafos, de modo que as equações referentes a topologia do circuito são determinadas automaticamente.

De forma geral, as equações que descrevem o comportamento do circuito elétrico podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{G}_1 \mathbf{X}(t) + \mathbf{G}_2 \mathbf{E}(t) + \mathbf{G}_3 \mathbf{I}_E(t) \\ \mathbf{U}_E(t) &= \mathbf{G}_4 \mathbf{X}(t) + \mathbf{G}_5 \mathbf{E}(t) + \mathbf{G}_6 \mathbf{I}_E(t) \end{aligned} \quad (3.21)$$

onde as matrizes \mathbf{G}_1 à \mathbf{G}_6 são dependentes da topologia do circuito, $\mathbf{X}(t)$ representa as variáveis de estado, $\mathbf{U}_E(t)$ e $\mathbf{I}_E(t)$ representam, respectivamente, vetores de tensões e correntes e $\mathbf{E}(t)$ representa fontes de tensão e/ou corrente presentes no circuito. Os sistemas (3.19) e (3.21) possuem variáveis em comum. Os enrolamentos declarados na topologia do circuito em (3.21) são equivalentes aos enrolamentos constituídos pelos condutores finos em (3.19). Esta equivalência é ilustrada pela Figura 3.2.

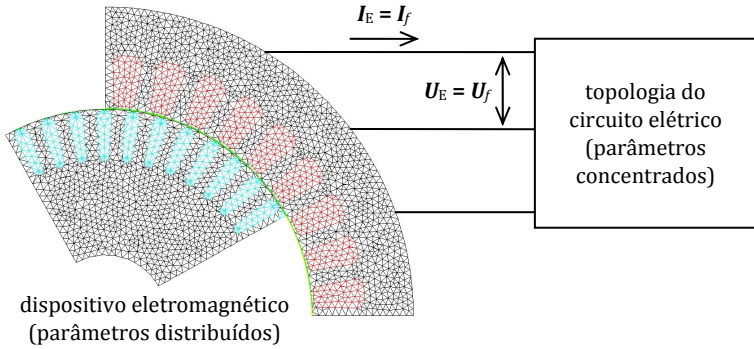


Figura 3.2 – Acoplamento entre o dispositivo eletromagnético e seu respectivo circuito elétrico externo.

Considerando o exposto no parágrafo anterior, tem-se que:

$$U_E(t) = U_f(t) \quad (3.22)$$

$$I_E(t) = I_f(t) \quad (3.23)$$

Usando a equivalência entre as variáveis, é possível realizar o acoplamento direto dos dois sistemas (equações de campo e do circuito elétrico), resultando no seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} SS(\|v_d\|)A(t) + N \frac{d}{dt} A(t) - P_f I_f(t) &= SS(\|v_d\|)A(t - \Delta t) + D \\ Q \frac{d}{dt} A(t) + R_f I_f(t) + L_f \frac{d}{dt} I(t) &= G_4 X(t) + G_5 E(t) + G_6 I_f(t) \\ \frac{d}{dt} X(t) &= G_1 X(t) + G_2 E(t) + G_3 I_f(t) \end{aligned} \quad (3.24)$$

O sistema (3.24) deve ser resolvido passo a passo no tempo e as derivadas temporais presentes no mesmo devem ser discretizadas. Considerando o método de Euler para a discretização das derivadas, (3.24) pode ser escrito como:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \mathbf{SS}(\|v_d\|) + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N} & -\mathbf{P}_f & \mathbf{0} \\ \frac{1}{\Delta t} \mathbf{Q}_f & \mathbf{R}_f - \mathbf{G}_6 + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{L}_f & -\mathbf{G}_4 \\ \mathbf{0} & -\mathbf{G}_3 & \frac{1}{\Delta t} \mathbf{1} - \mathbf{G}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) \\ \mathbf{I}_f(t) \\ \mathbf{X}(t) \end{bmatrix} \\
& = \begin{bmatrix} \mathbf{SS}(\|v_d\|) + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{\Delta t} \mathbf{Q}_f & \frac{1}{\Delta t} \mathbf{L}_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{1}{\Delta t} \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t - \Delta t) \\ \mathbf{I}(t - \Delta t) \\ \mathbf{X}(t - \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{G}_5 \mathbf{E}(t) \\ \mathbf{G}_2 \mathbf{E}(t) \end{bmatrix} \quad (3.25)
\end{aligned}$$

Originalmente o *solver* EFROT segue as rotinas apresentadas no fluxograma apresentado na Figura 3.3, onde o sistema (1.7), descrito em uma das etapas, é modificado para o sistema (3.25). A matriz de rigidez \mathbf{SS} , equivalente a matriz \mathbf{M} indicada no fluxograma, antes determinada em função de uma permeabilidade magnética representada por um escalar, agora é expressa em função do tensor de relutividade diferencial (proveniente do modelo vetorial de histerese). Ao termo fonte \mathbf{D} , é acrescentada a parcela \mathbf{D}_H presente em (3.13). Ao lado direito do sistema também é acrescentado o termo $\mathbf{SS}(\|v_d\|)\mathbf{A}(t-\Delta t)$.

Também cabe destacar que o EFROT considera circuitos elétricos que contenham resistores, capacitores, indutores, fontes de corrente, fontes de tensão e interruptores eletrônicos (diodos, transistores e tiristores). Se ocorrer uma mudança de estado em um ou mais interruptores do circuito, as matrizes \mathbf{G}_1 a \mathbf{G}_6 são recalculadas, de maneira a representarem corretamente a nova sequência de operação. O processo de identificação de comutações, naturais ou forçadas, e de reconstrução das matrizes é feito de maneira totalmente automática, obedecendo ao tipo de interruptores presentes e as suas características de comutação.

Com relação a resolução do sistema (3.25), o método de eliminação de Gauss é utilizado. De fato, esse método é recomendado para aplicações onde o sistema não é simétrico e apresenta elevadas variações entre os termos do sistema [59].

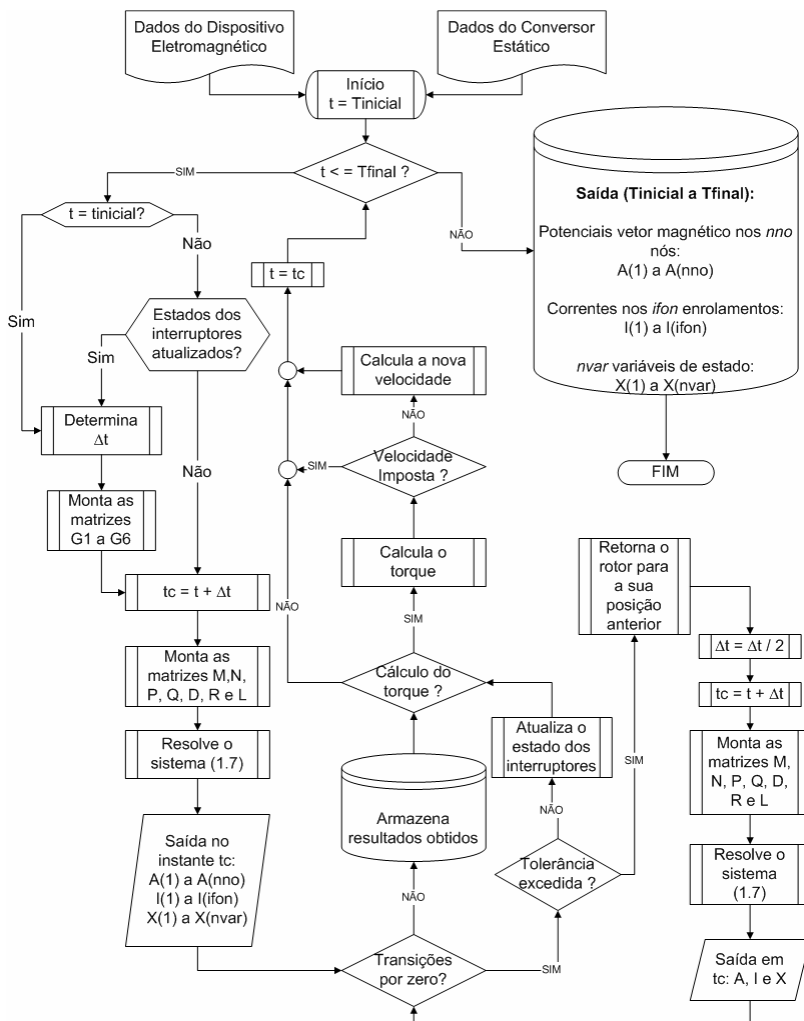


Figura 3.3 – Fluxograma original referente ao *solver* EFROT (fonte: OLIVEIRA [10]).

3.4 Equação referente ao movimento mecânico

O método da banda de movimento (ver APÊNDICE A6) é utilizado para a consideração do movimento rotórico das máquinas

elétricas girantes [59]. Em cada passo de tempo o torque eletromagnético é calculado pelo Tensor de Maxwell (ver APÊNDICE A7). Para isso, uma linha é posicionada na região do entreferro e o torque é obtido a partir da seguinte equação:

$$T_{em} = l_z \int_0^{l_\tau} r \vec{r} \times \left[\frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{n}) \vec{B} - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \vec{n} \right] dl_\tau \quad (3.26)$$

E a nova velocidade é calculada pela equação de oscilação mecânica:

$$\omega(t) = \omega(t - \Delta t) + \frac{T_{em} - T_{cg} - K_{fr}\omega(t - \Delta t)}{M_{in}} \Delta t \quad (3.27)$$

Consequentemente a nova posição angular do rotor é dada por:

$$\theta(t) = \theta(t - \Delta t) + \omega(t)\Delta t \quad (3.28)$$

3.5 Cálculo das perdas por histerese

Percorrer o ciclo de histerese significa fazer com que os domínios de Weiss troquem de polaridade, o que exige o dispêndio de certa quantidade de energia [1]. A área de tal ciclo representa a perda volumétrica em J/m³. Assim, a energia volumétrica consumida por ciclo, w_v , é dada por:

$$w_v = \oint \mathbf{H} d\mathbf{B} \quad (3.29)$$

onde a integral fechada representa um ciclo de histerese. Numericamente, pela regra do trapézio, tem-se que:

$$w_v = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\mathbf{H}_i + \mathbf{H}_{i-1}}{2} \right) \cdot (\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_{i-1}) \quad (3.30)$$

onde o subscrito i indica o passo de tempo. O valor dessa integral deve ser avaliado para cada elemento, em cada uma das duas direções e em cada passo de tempo. No modelo inverso de JA, os valores das induções magnéticas no passo de tempo anterior (iteração $i-1$) devem ser armazenados para o cálculo de \mathbf{B}_i . Os valores de \mathbf{H}_{i-1} também devem ser armazenados, pois são utilizados

no cálculo com o MEF, como mostra (3.13). Dessa forma, computar as perdas por histerese a partir de (3.30) não acarreta em grandes esforços computacionais. Já a perda total de histerese em Joule, W_h , é dada por:

$$W_h = \sum_{j=1}^{nel} w_j \cdot v_j \quad (3.31)$$

onde nel é o número total de elementos, w_j é o valor de w_i associado ao elemento e v_j é o volume do elemento (área do elemento finito vezes profundidade do dispositivo).

A integração da equação (3.31) é ilustrada na Figura 3.4. Analiticamente, parte da energia calculada não é dissipada pela histerese magnética, mas acumulada no campo magnético.

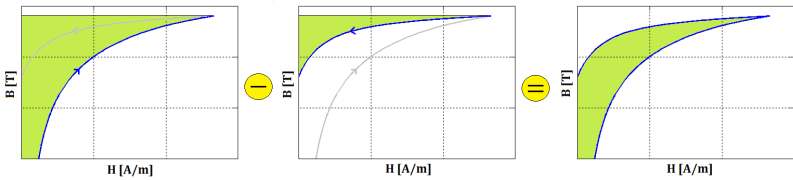


Figura 3.4 – Integração numérica do laço de histerese.

3.6 Passo de tempo no MEF e no modelo vetorial

Para garantir a estabilidade numérica do modelo vetorial de histerese, pode ser necessária uma discretização temporal que contemple uma elevada quantidade de pontos por ciclo de excitação.

Uma solução possível para evitar um passo de tempo muito pequeno nas simulações com o MEF, e ao mesmo tempo garantir a estabilidade do modelo vetorial, é discretizar o modelo vetorial em cada passo de tempo [9].

Uma vez que as variáveis de entrada do modelo vetorial são as induções magnéticas no passo de tempo atual, \mathbf{B}_i , e no passo de tempo anterior, \mathbf{B}_{i-1} , divide-se o intervalo $\Delta\mathbf{B}$ ($= \mathbf{B}_i - \mathbf{B}_{i-1}$) em n partes lineares, de modo que o modelo seja executado de \mathbf{B}_{i-1} até \mathbf{B}_i , com o incremento de $\Delta\mathbf{B}/n$, conforme apresentado de forma resumida na

Figura 3.5. O valor de n também pode ser definido em função do valor da indução magnética, conforme APÊNDICE A8.

Essa metodologia permite simulações em tempos menores de processamento, além de auxiliar na convergência do sistema não-linear.

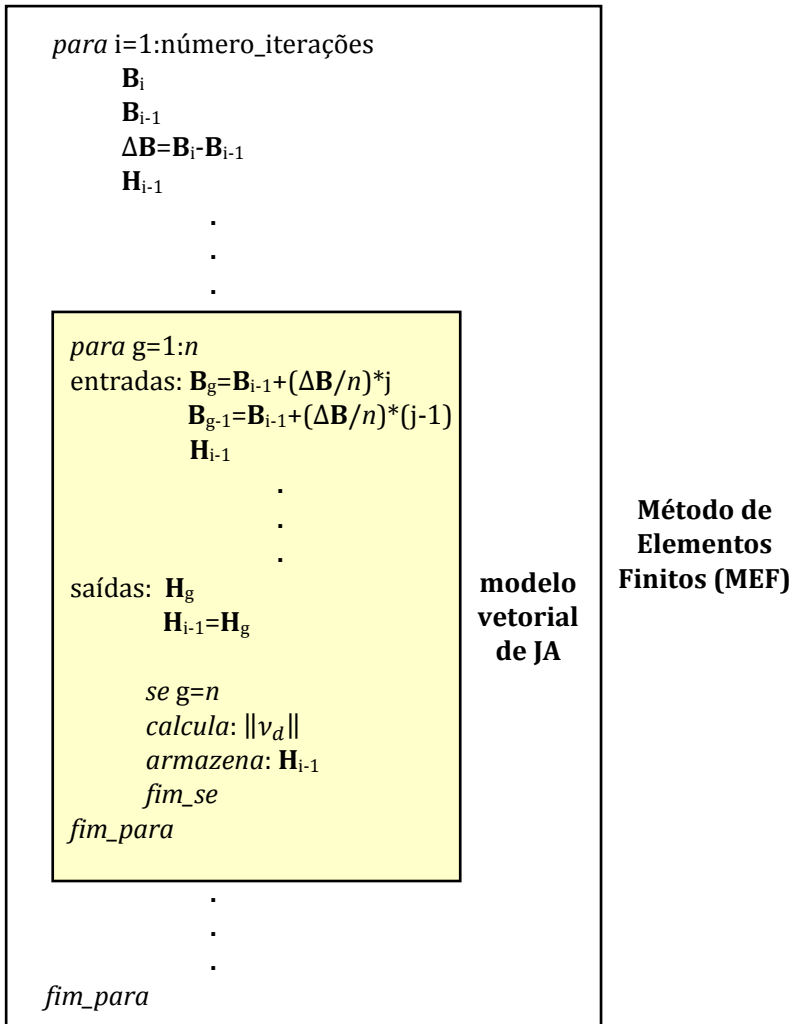


Figura 3.5 – Discretização do modelo de JA em um código de elementos finitos.

3.7 Resolução de problemas não-lineares

Em geral pode-se considerar a permissividade e a condutividade elétrica dos materiais constantes, o que não ocorre com a permeabilidade ou relutividade magnética dos materiais ferromagnéticos [63], pois esses apresentam um comportamento caracterizado pela não-linearidade.

Na formulação e modelagem matemática descrita no item 3.1 deste capítulo, apresentou-se o conceito de tensor de relutividade diferencial, onde os termos desse tensor são obtidos pelo modelo vetorial de JA apresentado no Capítulo 2 deste trabalho.

Ao solucionar o sistema matricial apresentado em (3.25), tem-se a necessidade de utilizar valores para os termos do tensor de relutividade diferencial para cada elemento da malha de elementos finitos. Tais valores dependem do potencial e o potencial é solução do sistema de equações, o que torna um sistema de incógnita imbricado. Logo, para determinação do sistema, um processo iterativo é necessário.

Dois métodos consagrados que podem ser utilizados no processo iterativo são: o método de aproximações sucessivas e o método de Newton-Raphson. Neste trabalho, adotou-se o primeiro, que é um método simples e consiste em utilizar o processo normal de cálculo de forma iterativa, como indicado na sequência abaixo.

- a) Fixam-se algumas condições iniciais.
- b) A partir dos valores obtidos de potencial, obtêm-se os valores de B_x e B_y em cada elemento.
- c) Com os valores de B_x e B_y , utiliza-se o modelo vetorial de JA para determinar o tensor de relutividade diferencial.
- d) Atualiza-se o sistema de equações com o novo tensor de relutividade obtido.
- e) Inserem-se as condições de contorno.
- f) Resolve-se novamente o sistema de equações.
- g) Compara-se a nova solução obtida com a anterior. Se o erro for maior que o estipulado, volta-se ao item (b), caso contrário, a solução é aceita, passando para o próximo passo de tempo.

Se a característica do meio é constante, a sequência é realizada uma única vez. Já no caso não-linear é necessário que a solução do sistema seja coerente com os valores obtidos para os termos do tensor de relatividade diferencial, o que só ocorre após certo número de iterações. Em geral, esse processo apresenta sempre convergência, porém a mesma pode ser, em certos casos, lenta [63].

Em problemas não-lineares também é possível utilizar uma relaxação nos potenciais. Dessa forma, definindo um vetor de variação de potenciais $V_{var} = V - V_{pre}$, onde V é o resultado obtido na iteração atual e V_{pre} é o vetor V da iteração precedente, aplicando a relaxação, resulta em:

$$V = V + (w - 1) \cdot V_{var} \quad (3.32)$$

Para formulações em potencial vetor magnético, cuja convergência é mais delicada, é aconselhável utilizar uma sub-relaxação, onde $w < 1$. A relaxação só deve ser aplicada após certo número de iterações (neste trabalho, a partir da 4ª).

CAPÍTULO 4

Resultados Obtidos

Neste capítulo são apresentados resultados referentes à associação do modelo vetorial inverso de JA ao MEF, considerando a presença de circuitos elétricos externos e movimento mecânico no domínio de estudo em três dos cinco exemplos abordados.

Em ordem sequencial, são apresentados os resultados obtidos para os seguintes casos:

- a) descarga de um capacitor em um circuito eletromagnético;
- b) transformador trifásico;
- b) servomotor atuando como gerador;
- c) gerador de indução auto-excitado;
- d) motor de histerese.

4.1 Descarga de um capacitor em um circuito eletromagnético

O circuito analisado é apresentado na Figura 4.1. Trata-se de um transformador monofásico sem carga. A malha de elementos finitos do dispositivo eletromagnético (transformador) é ilustrada pela Figura 4.2. Condições de Dirichlet são impostas ao entorno de todo o domínio de estudo. Ao circuito primário, composto por 300 espiras, é acoplada uma resistência de $20\ \Omega$ em série com um capacitor de $0,1\ \text{mF}$ (tensão inicial de $70\ \text{V}$). Já o circuito secundário é composto de 150 espiras.

Neste exemplo, a não-linearidade do núcleo ferromagnético é considerada de duas maneiras distintas: comportamento anisterético e histerético. Dessa forma, buscou-se confrontar e evidenciar as diferenças entre os resultados obtidos para as duas abordagens consideradas.

Para representação da histerese, considerou-se um material isotrópico, logo, os parâmetros do modelo de JA são iguais tanto na direção do eixo x quanto na direção do eixo y (os mesmos são apresentados na Tabela 4.1).

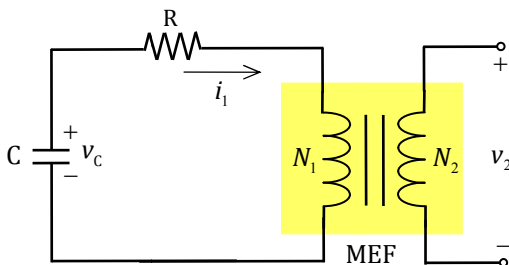


Figura 4.1 – Circuito analisado. O circuito magnético é modelado pelo MEF e a não-linearidade do material ferromagnético é considerada.

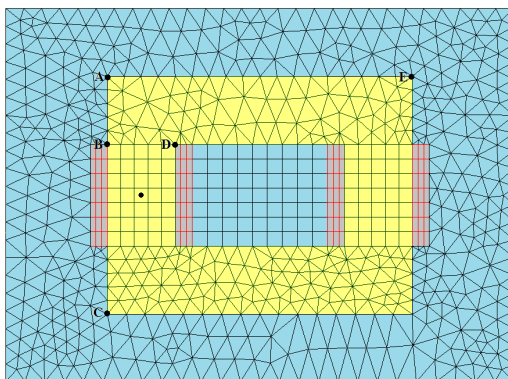


Figura 4.2 – Malha de elementos finitos composta por 1295 elementos e 805 nós. Dimensões dos segmentos: AB = 40 mm, BC = 140 mm, BD = 40 mm e AE = 200 mm. Profundidade = 50 mm.

Tabela 4.1 – Parâmetros do modelo de JA adotados para o material ferromagnético (núcleo do transformador).

M_s	$1,31 \times 10^6$ A/m
k	291,89 A/m
c	0,6465
a	173,45 A/m
α	$341,00 \times 10^{-6}$

A Figura 4.3 mostra os laços de histerese obtidos com os parâmetros listados na Tabela 4.1 para induções magnéticas sinusoidais de diferentes amplitudes. A curva anisterética é obtida a partir dos valores de pico de cada laço.

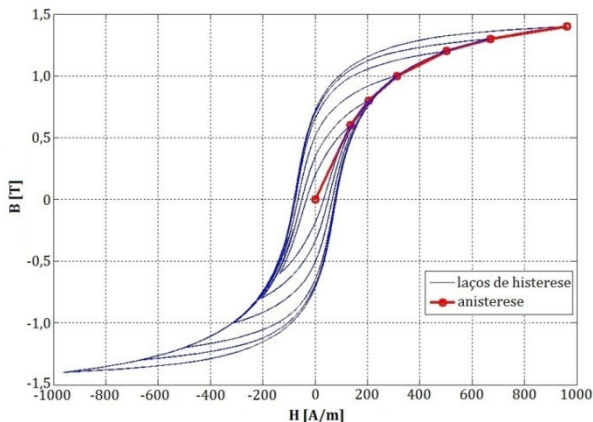


Figura 4.3 – Laços de histerese obtidos com os parâmetros listados na Tabela 4.1 e curva anisterética.

Primeiramente são apresentadas as curvas de corrente no lado primário do circuito, conforme ilustra a Figura 4.4. Observa-se que a presença da histerese modifica a frequência de oscilação da onda de corrente além de atenuá-la mais rapidamente, caracterizando o caráter dissipativo da histerese em termos energéticos.

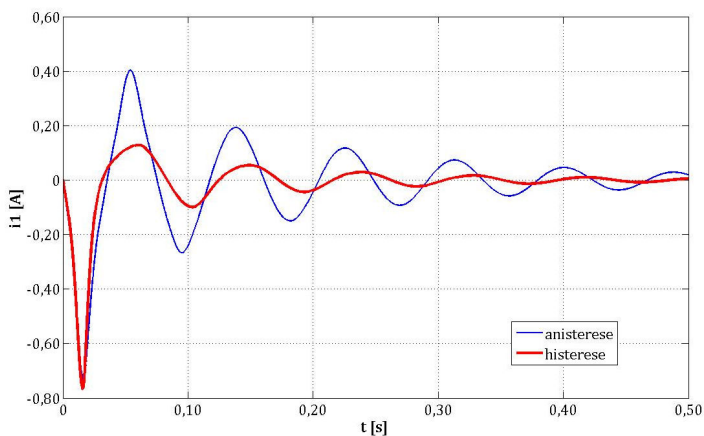


Figura 4.4 – Corrente no enrolamento primário.

As Figuras 4.5 e 4.6 ilustram as formas de onda de tensão no enrolamento primário e secundário, respectivamente. Comparando as figuras, a relação de transformação 2:1 ($N_1:N_2$) pode ser observada.

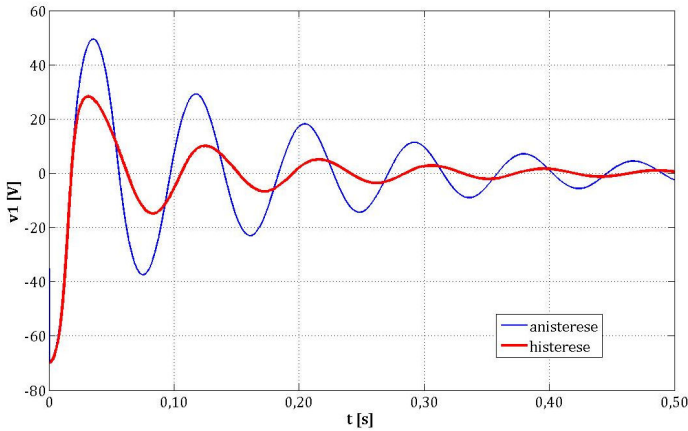


Figura 4.5 – Tensão no enrolamento primário.

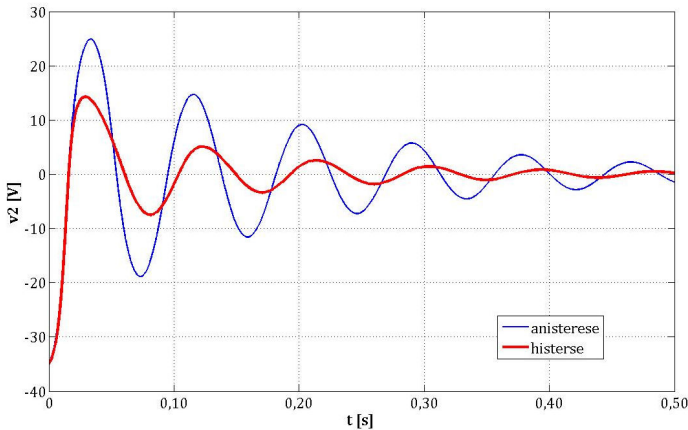


Figura 4.6 – Tensão no enrolamento secundário.

Considerando um balanço energético para o circuito, conforme Figuras 4.7 e 4.8, tem-se a presença de: energia eletrostática (capacitor), energia magnética (circuito magnético),

perdas por efeito Joule (resistor de $20\ \Omega$) e perdas por histerese (quando a mesma é considerada).

Inicialmente a energia do sistema é dada pela energia armazenada no capacitor, que é 0,245 Joules. Dessa análise, a conservação de energia é observada nas Figuras 4.7 e 4.8.

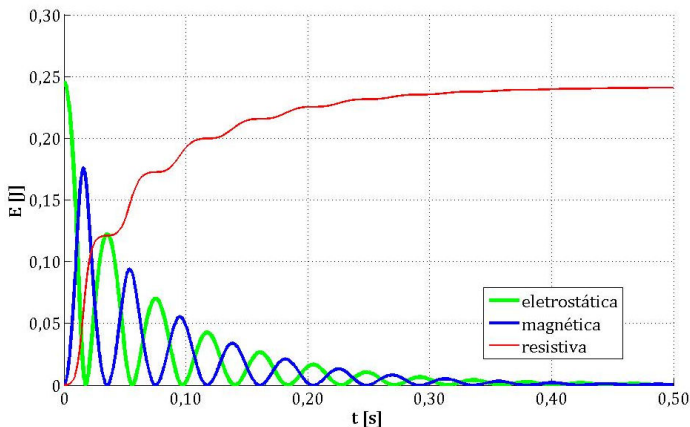


Figura 4.7 – Balanço energético para o caso anisterético.

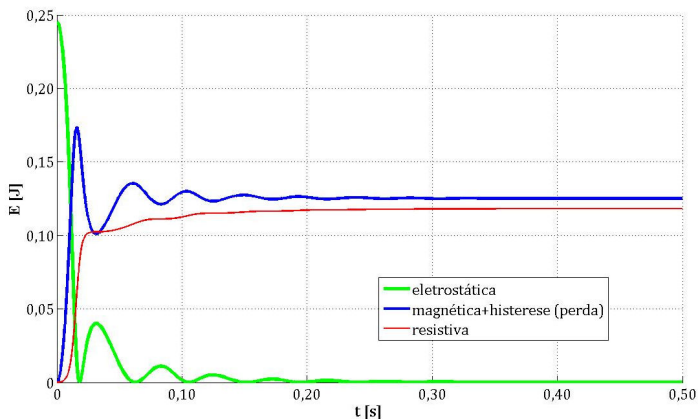


Figura 4.8 – Balanço energético para o caso histerético.

Comparando as Figuras 4.7 e 4.8, é evidente a influência da histerese na dissipação da energia do circuito, representando mais que 50% da energia dissipada, conforme Figura 4.8.

Na Figura 4.8, a curva denominada "magnética+histerese (perda)" é composta pela energia armazenada no circuito magnético mais as perdas por histerese. Essa curva foi obtida pela integração da potência instantânea, considerando os valores de corrente e tensão no enrolamento primário. O mesmo resultado pode ser obtido pelo procedimento descrito no Capítulo 3 deste trabalho, como ilustrado pela Figura 4.9. Como vantagem, o procedimento descrito no Capítulo 3 pode ser utilizado para casos onde as variáveis elétricas são difíceis de serem determinadas.

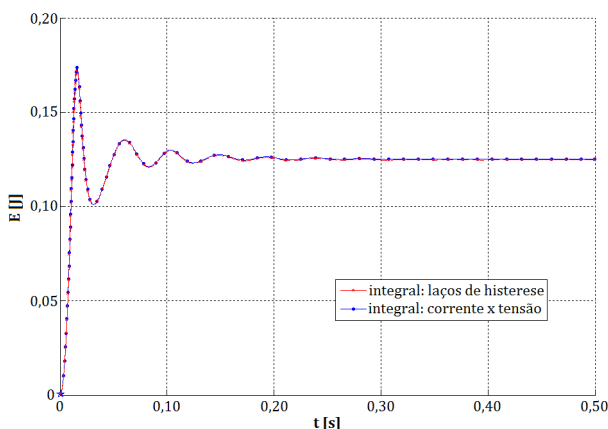


Figura 4.9 – Energia associada ao circuito magnético. O mesmo resultado é obtido pela integração da potência instantânea e pela integração dos laços de histerese.

Uma análise envolvendo a variação do parâmetro c presente no modelo de JA também foi realizada. Esse parâmetro está relacionado à largura do laço de histerese [59]. Dois fatores multiplicadores para o parâmetro foram considerados, resultando nos laços ilustrados na Figura 4.10.

Para os diferentes valores do parâmetro, o comportamento do circuito foi simulado e as perdas resistivas (resistor de $20 \, \Omega$) e por histerese foram computadas. O resultado dessa análise é observado na Figura 4.11. À medida que o valor de c diminui (laço mais largo), maior é a perda de energia devido ao fenômeno da histerese magnética.

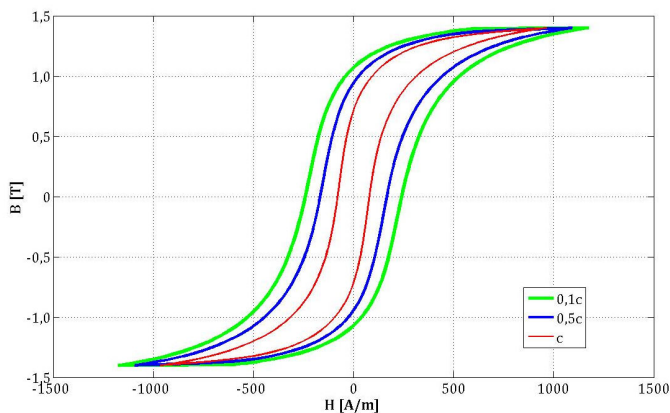


Figura 4.10 – Laços de histerese obtidos para diferentes valores do parâmetro c .

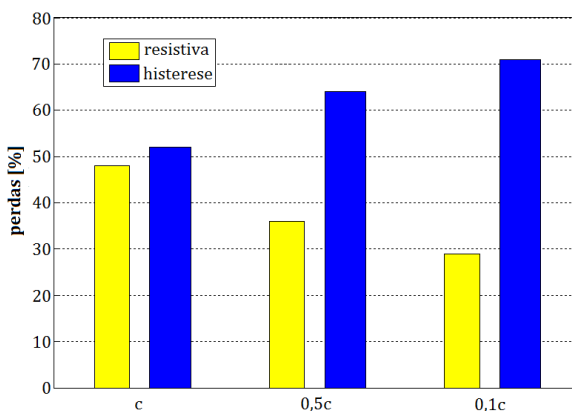


Figura 4.11 – Porcentagem das perdas resistiva e por histerese para diferentes valores do parâmetro c .

Por fim, o circuito foi simulado sem a presença do resistor de $20 \, \Omega$ e com dois capacitores distintos: $0,1 \, \text{mF}$ e $0,2 \, \text{mF}$ (ambos com $70 \, \text{V}$ de tensão inicial). Nesses casos, somente a perda por histerese está presente no circuito. Os laços de histerese obtidos para um ponto localizado no centro da coluna primária são mostrados na Figura 4.12. Observa-se o decaimento dos laços ao longo do tempo. Cabe ressaltar que o fluxo magnético varia ao longo do eixo y nesse ponto.

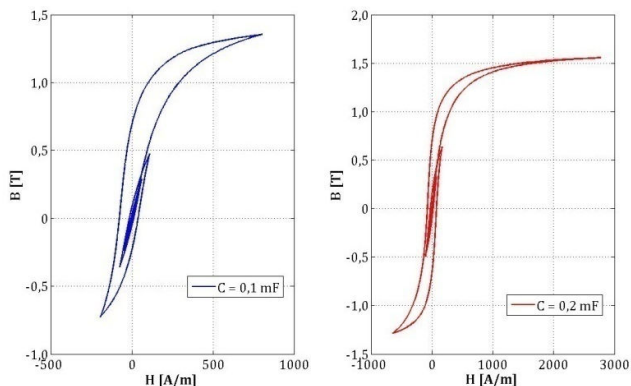


Figura 4.12 – Laços de histerese obtidos para um ponto central da coluna primária. As induções magnéticas assumem valores desprezíveis no eixo x (menores que 0,002 T).

Com este primeiro exemplo, observou-se a influência da histerese nas formas de onda de corrente e tensão do circuito analisado, cabendo salientar que cálculos considerando apenas uma abordagem anisterética não foram capazes de representar o efeito dissipativo da histerese e também a modificação que ocorre na frequência natural e amplitude das oscilações.

Foi mostrado que é possível calcular as perdas por histerese pela integração dos laços obtidos em cada elemento da malha de elementos finitos. Esse procedimento pode ser adotado para qualquer dispositivo e não resulta em um grande esforço computacional, uma vez que os valores do campo e da indução magnética no tempo precedente são requeridos para os cálculos das matrizes envolvidas no MEF e devem ser armazenados.

Também se observou que um passo de tempo elevado para as simulações pode ocasionar erros na avaliação do circuito, o que pode ser detectado quando o balanço energético é efetuado (integral da potência instantânea em cada elemento). Caso a soma das energias obtidas ao longo do tempo não seja igual ao valor inicial da energia no capacitor, o passo de tempo deve ser reduzido de forma a melhor computar as integrais numéricas para obtenção das energias (nas simulações adotou-se um passo de 50 μ s). Dessa forma, esta análise representa um critério para avaliar a qualidade dos resultados obtidos.

4.2. Transformador trifásico

O transformador analisado é apresentado na Figura 4.13, onde a malha de elementos finitos é ilustrada e condições de Dirichlet são impostas em todo o entorno do domínio de estudo.

Os parâmetros e dimensões físicas assumidas para a máquina são as mesmas descritas nas referências [20][22], porém com um ajuste no número de espiras do primário e do secundário, o que possibilitou a obtenção de resultados semelhantes aos apresentados nas referências em questão. Tal ajuste é justificado devido a algumas incertezas, como por exemplo, na profundidade da estrutura (fator de empilhamento e área efetiva da seção magnética) e até mesmo no próprio número de espiras (ver APÊNDICE A9). Considerando essa particularidade, as especificações assumidas para o transformador são apresentadas na Tabela 4.2. Já os parâmetros do modelo de JA, referentes a caracterização do material anisotrópico presente no núcleo do transformador, são apresentados na Tabela 4.3.

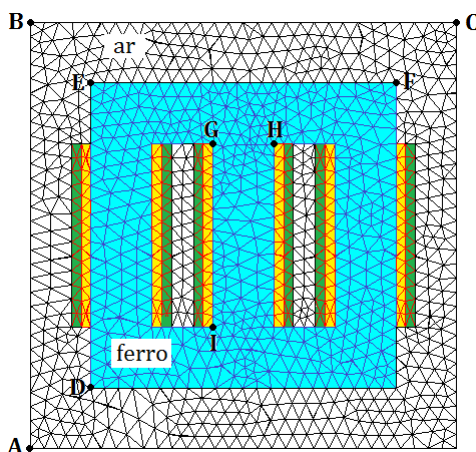


Figura 4.13 – Transformador analisado. A malha de elementos finitos é composta por 2106 elementos e 1114 nós. Dimensões dos segmentos: AB = 350 mm, BC = 350 mm, DE = 250 mm, EF = 250 mm, GH = 150 mm e GI = 200 mm. Profundidade = 50 mm.

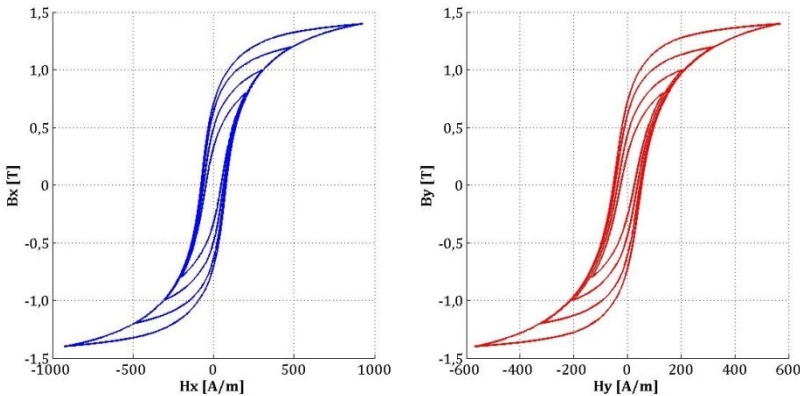
Tabela 4.2 – Especificações do transformador analisado.

	primário	secundário
número de espiras	170	295
tensão de linha eficaz [V]	230	400
tipo de ligação	Y	Y
frequência [Hz]	50	
resistência por fase [Ω]	0,28	0,89

Tabela 4.3 – Parâmetros do material anisotrópico.

	direção x	direção y
M_s	$1,320 \times 10^6$ A/m	$1,309 \times 10^6$ A/m
k	291,89 A/m	205,64 A/m
c	0,6465	0,6115
a	173,54 A/m	80,95 A/m
α	$341,0 \times 10^{-6}$	$147,0 \times 10^{-6}$

Os laços de histerese resultantes dos parâmetros descritos na Tabela 4.3, considerando excitações unidirecionais nas respectivas direções dos parâmetros, são ilustrados na Figura 4.14.

**Figura 4.14 – Laços de histerese referentes aos parâmetros descritos na Tabela 4.3.**

Primeiramente optou-se por assumir $dM_{anx}/dH_{ey} = 0$ e $dM_{any}/dH_{ex} = 0$, assim como em [20][22]. Dessa forma, o tensor de relutividade diferencial é simétrico apesar da anisotropia. Cabe destacar que originalmente o *solver* utilizado assume que matriz global \mathbf{SS} é simétrica, o que implica em simplificações nas

subrotinas referentes ao armazenamento da mesma e à resolução do sistema de equações.

A seguir são apresentados os resultados que consideram o primário alimentado sob condições nominais e o secundário em vazio. Durante as simulações foram considerados 800 pontos por período e $n = 5$ (ver Figura 3.5 e APÊNDICE A8).

Na Figura 4.15 são ilustradas as correntes em regime permanente nos três enrolamentos do primário. As curvas fazem referência aos resultados experimentais apresentados em [20][22]. Na Figura 4.16 são apresentados os resultados obtidos por simulação. Comparando as figuras, observa-se uma boa concordância entre os resultados.

Devido às correntes *inrush*, durante as simulações considerou-se uma alimentação crescente de forma exponencial, o que conduz a operação em regime permanente em um menor intervalo de tempo. Basicamente, multiplicou-se as tensões de alimentação pelo fator $(1 - e^{-a_1 \cdot t^2})$, onde a_1 representa uma constante e t o tempo. Observa-se que a medida que o tempo aumenta, o fator aproxima-se do valor unitário (inicialmente é igual a zero).

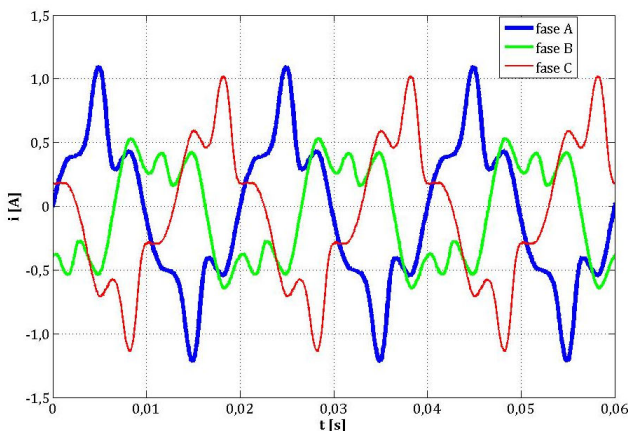


Figura 4.15 – Correntes em regime permanente nos três enrolamentos do primário: resultado experimental apresentado em [20][22].

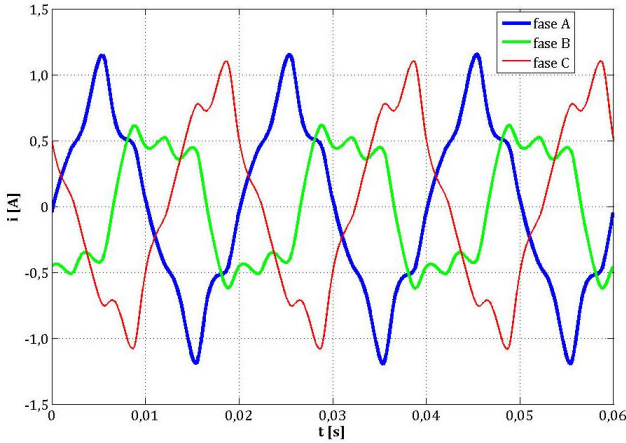


Figura 4.16 – Correntes em regime permanente nos três enrolamentos do primário: resultado de simulação.

As Figuras 4.17 e 4.18 apresentam os laços de histerese para um elemento localizado ao centro da coluna central do transformador. Representam, respectivamente, o resultado apresentado em [20][22] e o obtido por simulação. Nessa região as componentes em x da indução e do campo magnético são desprezíveis, caracterizando um fluxo alternado.

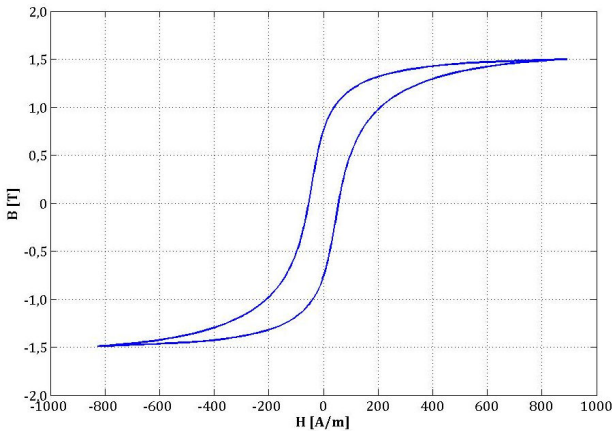


Figura 4.17 – Laço de histerese para um elemento localizado ao centro da coluna central do transformador: resultado apresentado em [20][22].

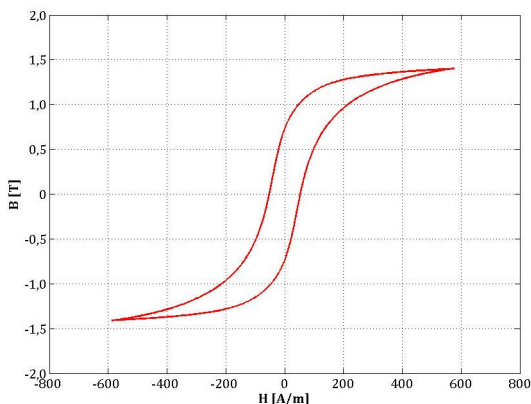


Figura 4.18 – Laço de histerese para um elemento localizado ao centro da coluna central do transformador: resultado de simulação.

As Figuras 4.19 e 4.20 apresentam os *locus* da indução magnética para um elemento localizado na junta em "T" do transformador. Representam, respectivamente, o resultado apresentado em [20] e o obtido por simulação. A concordância entre as figuras depende da localização do ponto analisado, ainda assim, observa-se coerência entre os resultados. Nessa região existe a presença de fluxo rotacional (variando em sentido e direção). Esse comportamento é bem avaliado pelo modelo vetorial de histerese, o que não é possível caso um modelo escalar seja considerado.

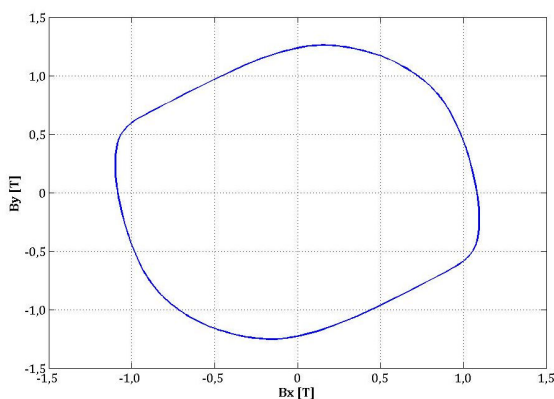


Figura 4.19 – Locus da indução magnética para um elemento localizado na junta em "T" do transformador: resultado apresentado em [20].

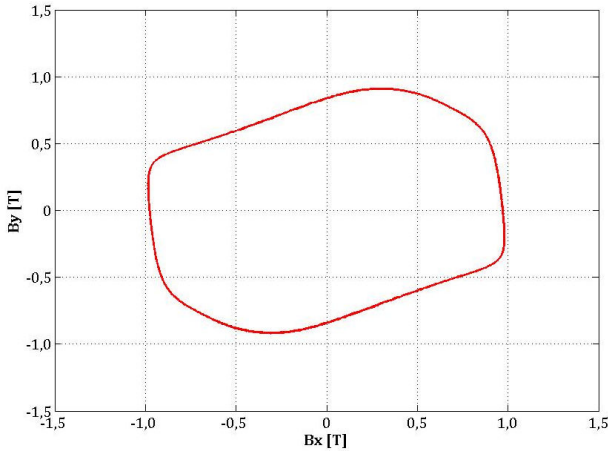


Figura 4.20 – Locus da indução magnética para um elemento localizado na junta em "T" do transformador: resultado de simulação.

Os laços de histerese referentes as Figuras 4.19 e 4.20 são apresentados pelas Figuras 4.21 e 4.22, respectivamente.

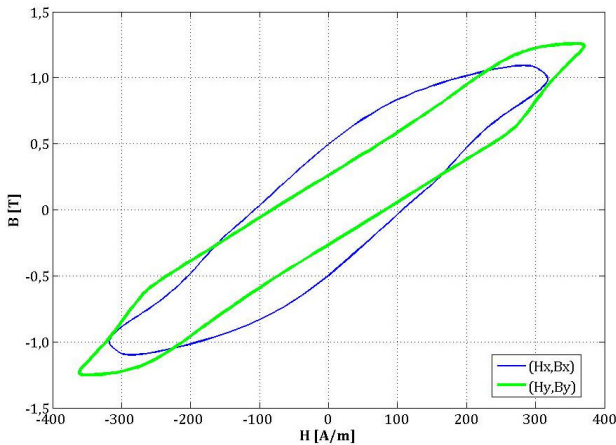


Figura 4.21 – Laços de histerese para um elemento localizado na junta em "T" do transformador: resultado apresentado em [22].

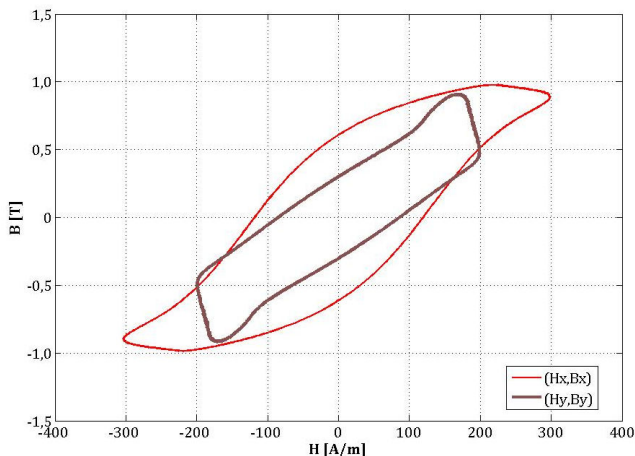


Figura 4.22 – Laços de histerese para um elemento localizado na junta em "T" do transformador: resultado de simulação.

A Figura 4.23 ilustra as linhas de fluxo no interior do núcleo do transformador para dois instantes de tempo. Observa-se que ao longo do tempo as linhas alternam entre as três colunas. A Figura 4.24 ilustra a carta da indução magnética referente à primeira ilustração presente na Figura 4.23.

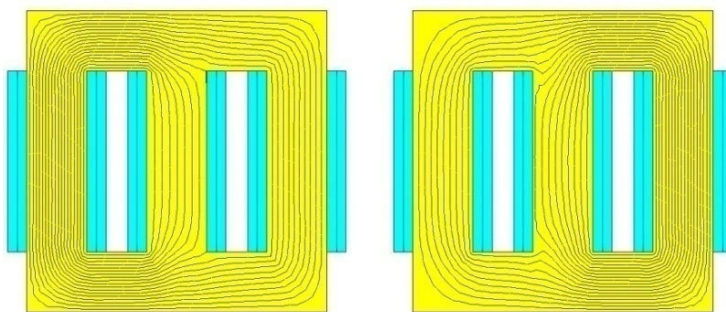


Figura 4.23 – Linhas de fluxo no interior do núcleo do transformador considerando dois instantes de tempo: resultado de simulação.

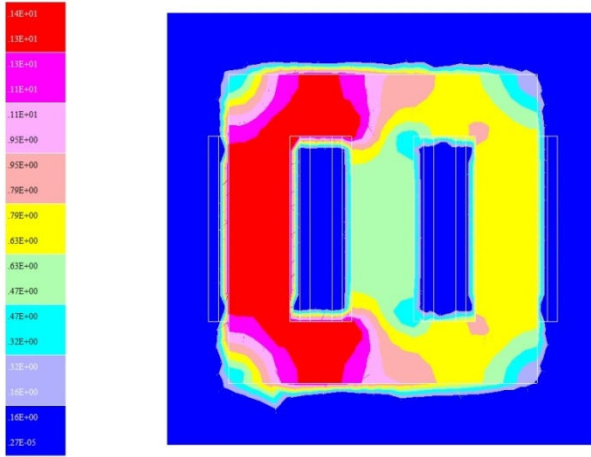


Figura 4.24 – Carta de indução magnética referente a primeira ilustração presente na Figura 4.23.

Uma segunda simulação foi realizada considerando o material ferromagnético como isotrópico e com os parâmetros iguais aos apresentados para a direção y , conforme Tabela 4.3. Esses parâmetros respeitam a restrição imposta por (2.53) (ver Capítulo 2). Nessa simulação também se considerou as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} . A isotropia garante a simetria da matriz global \mathbf{SS} , independente se as derivadas parciais sejam ou não consideradas. As correntes obtidas em regime permanente no lado primário são apresentadas na Figura 4.25. As mesmas diferem um pouco em termos de amplitude das apresentadas pelas Figuras 4.15 e 4.16.

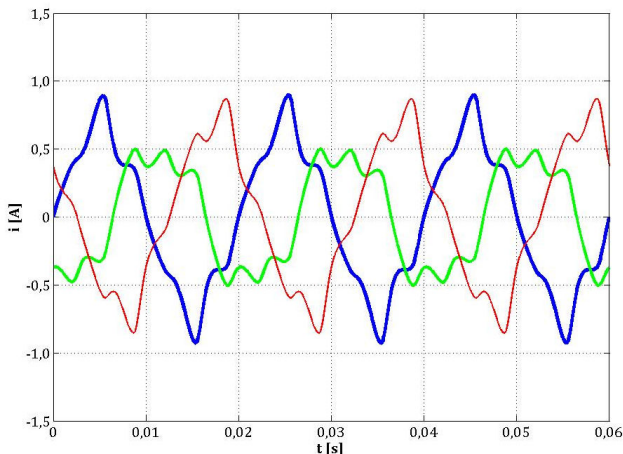


Figura 4.25 – Correntes em regime permanente nos três enrolamentos do primário: resultado de simulação

Uma terceira simulação considerou uma carga RL acoplada ao secundário, com $R = 90 \, \Omega/\text{fase}$ e $L = 170 \, \text{mH}/\text{fase}$. Novamente, assumiu-se o núcleo com material isotrópico e as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} como não nulas. Como resultado dessa análise, a Figura 4.26 ilustra a tensão entre as fases A e B (tensão de linha) para ambos os lados do transformador. Especificamente, equivalem à tensão de alimentação para o primário e à tensão nos terminais da carga para o secundário. Observa-se que a tensão nos terminais da carga é aproximadamente $\sqrt{3}$ maior que a tensão de alimentação do transformador, em concordância com a relação de transformação (devido à queda de tensão nos enrolamentos primário e secundário, a tensão eficaz na carga fica um pouco abaixo de 400 V). Já o inverso dessa relação pode ser observado na Figura 4.27, onde são ilustradas as correntes na fase A (devido à corrente de magnetização, a corrente eficaz no secundário é um pouco menor que $I_1/\sqrt{3}$). A Tabela 4.4 apresenta os principais resultados obtidos em termos nominais.

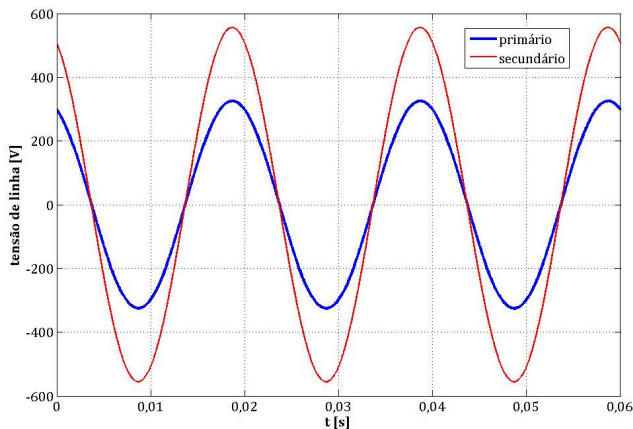


Figura 4.26 – Tensões de linha.

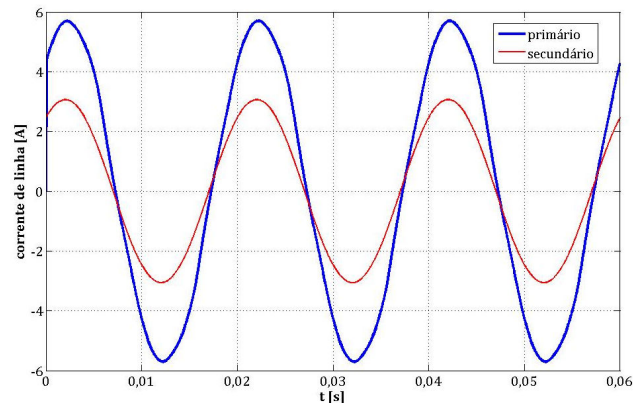


Figura 4.27 – Correntes de linha.

Tabela 4.4 – Resultados de simulação para o transformador operando com uma carga RL acoplada ao secundário ($R = 90 \, \Omega/\text{fase}$ e $L = 170 \, \text{mH}/\text{fase}$).

	primário	secundário
tensão de linha [V_{RMS}]	230	391
corrente de linha [A_{RMS}]	4,07	2,16
potência de entrada [W]	1337	
perda no cobre [W]	14	13
perda por histerese [W]	45	
potência de saída [W]	1265	
rendimento [%]	94,6	
fator de potência	0,82	

Uma quarta simulação, ainda contemplando a isotropia, também foi realizada. Para essa simulação, considerou-se a presença de um retificador de onda completa acoplada ao secundário e uma carga resistiva de $300\ \Omega$, conforme Figura 4.28. Devido à presença do retificador (comutações naturais dos diodos), o passo de tempo teve de ser drasticamente reduzido, resultando em 12800 pontos por período de 50 Hz (lembrando que para as simulações anteriores foram considerados 800 pontos). Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 4.29 e 4.30, onde são ilustradas, respectivamente, a tensão sobre a carga (resistor) e a corrente na fase A do secundário. Os comportamentos dessas curvas são coerentes com a teoria a respeito desse tipo de retificador.

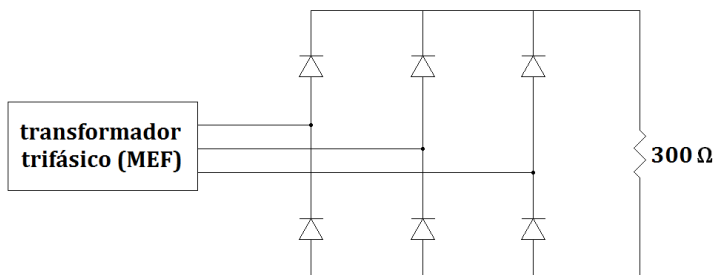


Figura 4.28 – Retificador e carga acoplados ao secundário.

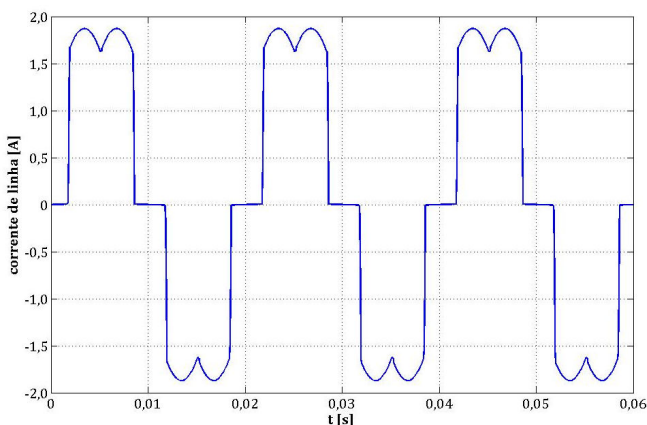


Figura 4.29 – Corrente no secundário do transformador.

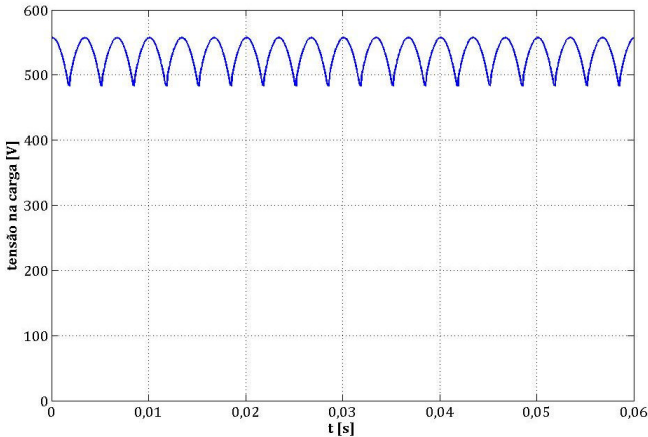


Figura 4.30 – Tensão nos terminais da carga (resistor).

Por fim, uma quinta e última simulação, considerando tanto a anisotropia quanto as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} foi realizada. Essas considerações tornam a matriz global \mathbf{SS} assimétrica, logo, foram necessárias algumas modificações para que o *solver* contemplasse tal assimetria. Tais modificações estão relacionadas às etapas de armazenamento da matriz \mathbf{SS} e de resolução do sistema pelo método de eliminação de Gauss (a simetria da matriz possibilitava implementar de forma mais simples essas etapas). Para essa simulação, considerou-se o transformador operando em vazio. A Figura 4.31 ilustra as correntes em regime permanente obtidas para o lado primário (as mesmas são semelhantes às apresentadas pela Figura 4.16, onde as derivadas parciais foram desconsideradas). De fato, a consideração das derivadas parciais implicou em pouca influência no resultado das correntes. Por outro lado, o *locus* da indução magnética para o ponto localizado na junta em "T" do transformador difere-se do apresentado na Figura 4.20, conforme ilustra a Figura 4.32, o que melhor evidencia a influência das derivadas parciais.

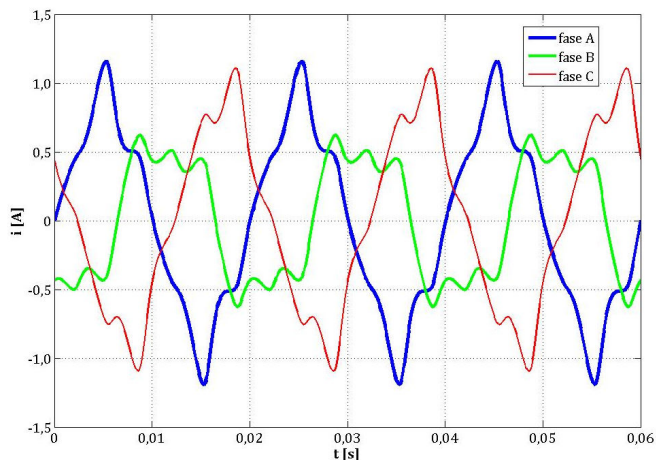


Figura 4.31 – Correntes em regime permanente nos três enrolamentos do primário: resultado de simulação

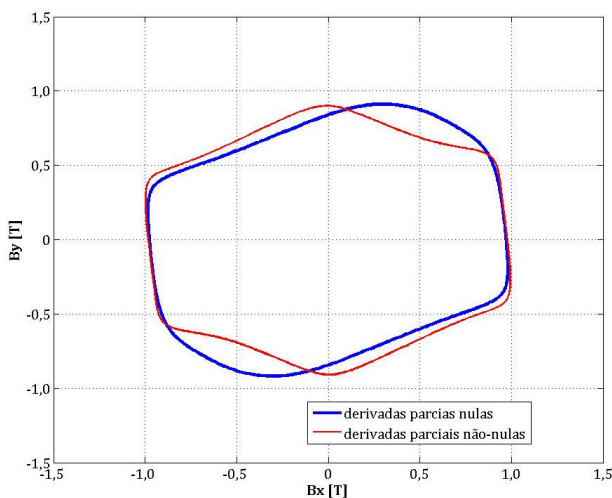


Figura 4.32 – Locus da indução magnética para um elemento localizado na junta em "T" do transformador: resultado de simulação.

Com este exemplo pode-se observar a capacidade do modelo vetorial em representar fluxos rotacionais na análise de um transformador trifásico.

A modelagem proposta também permite o acoplamento de

carga ao secundário, possibilitando a análise de grandezas como rendimento e fator de potência do transformador, assim como o acoplamento de conversores estáticos.

Com relação ao sistema não-linear, obteve-se convergência para o caso anisotrópico, tanto ao considerar ou não as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} . Desconsiderando-as, a matriz global \mathbf{SS} é simétrica, mas com impacto sobre a precisão do modelo de histerese (LI, KIM *et al.* [14] e APÊNDICE A1).

Embora se tenha obtido convergência para o caso anisotrópico, um estudo detalhado com relação à natureza do tensor de relutividade diferencial, quando a anisotropia é considerada, deve ser fonte de pesquisas na área. Para casos isotrópicos, a análise presente no Capítulo 2 (item 2.6) mostra-se potencialmente válida.

4.3 Servomotor atuando como gerador

O servomotor aqui analisado é também apresentado em [10]. No entanto, os resultados apresentados na respectiva referência não abordam a presença da histerese magnética no domínio de estudo.

Os dados técnicos referentes ao servomotor são descritos nas Tabelas 4.5 e 4.6.

Tabela 4.5 – Especificações.

220 V, 3 fases, 8 pólos
resistência dos enrolamentos do estator: 5,75 Ω
número de condutores por ranhura: 104
momento de inércia: 0,21894 x 10 ⁻³ kg.m ²
entreferro eletromagnético: 0,50 mm

Tabela 4.6 – Dimensões do estator e do rotor.

comprimento	45 mm
entreferro eletromagnético	0,7 mm
número de ranhuras	24
raios do estator	26 – 47 mm
raios do rotor	10,5 – 25,4 mm

As Figuras 4.33 e 4.34 ilustram, respectivamente, o domínio de cálculo e a malha de elementos finitos. Devido à simetria da

máquina, o domínio de estudo pode ser limitado a um oitavo da mesma, impondo condições de anti-periodicidade e de Dirichlet.

O ímã do rotor apresenta indução remanente de 1,03 T no sentido radial e os parâmetros considerados para o material ferromagnético são os mesmos apresentados na Tabela 4.1.

Os resultados apresentados consideram o servomotor atuando como gerador com uma rotação imposta ao rotor da ordem de 1000 rpm.

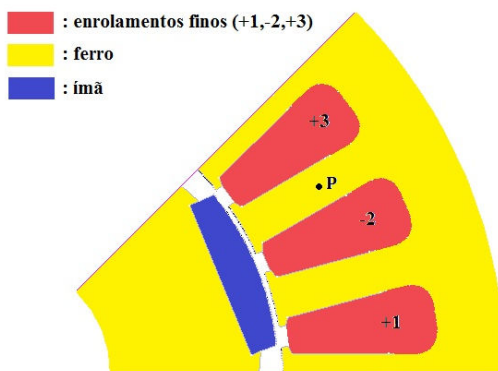


Figura 4.33 – Domínio de estudo. Devido à simetria da máquina, condições de anti-periodicidade podem ser impostas.

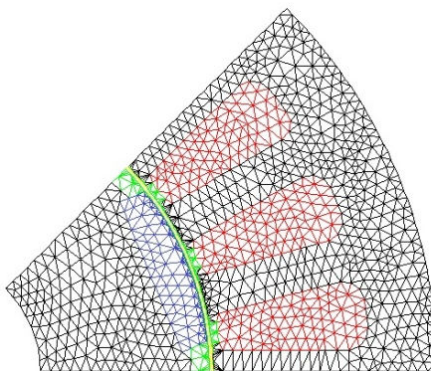


Figura 4.34 – Malha de elementos finitos formada por 2260 elementos e 1246 nós.

A Figura 4.35 ilustra os resultados de medição e simulação para tensão de linha do gerador em vazio. Observa-se uma boa concordância entre ambos, destacando que as tensões apresentam conteúdo harmônico acentuado, uma vez que não há inclinação de ranhuras e/ou ímãs ao longo da profundidade da máquina.

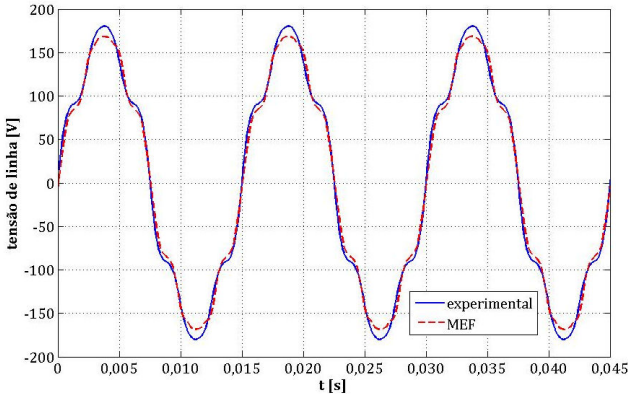


Figura 4.35 – Tensão de linha na saída do servomotor.

A Figura 4.36 ilustra a indução magnética, componente radial, no ponto P (dente da ranhura), localizado conforme Figura 4.33. A componente tangencial é desprezível, com valor de pico não superior a 0,04 T. Já o laço de histerese obtido para esse ponto é mostrado pela Figura 4.37.

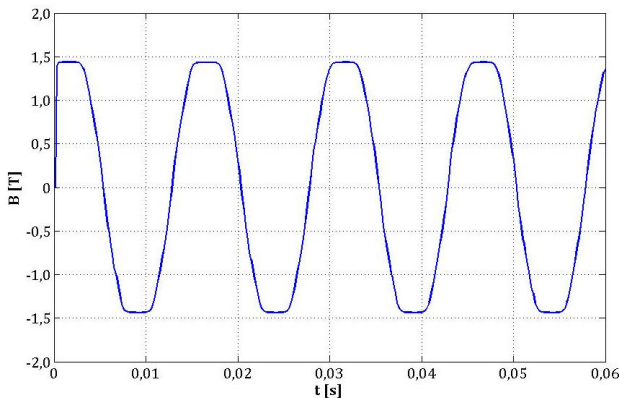


Figura 4.36 – Indução magnética no ponto P: componente radial.

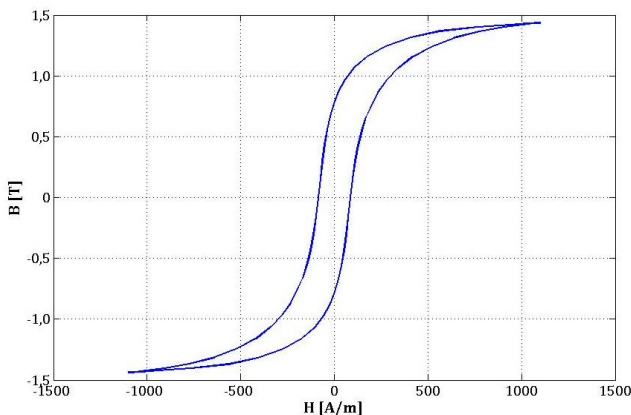


Figura 4.37 – Laço de histerese no ponto P na direção radial.

As linhas de fluxo para um dado instante de tempo podem ser observadas pela Figura 4.38.

Na Figura 4.39 é apresentado o *cogging* torque. O mesmo apresenta frequência de pulsação igual a seis vezes a frequência da tensão gerada, que é igual ao número de ranhuras por pólo da máquina. É resultado da variação da relutância e do fluxo ao longo do entreferro da máquina. Para uma máquina com ranhuras inclinadas, tal torque é praticamente nulo.

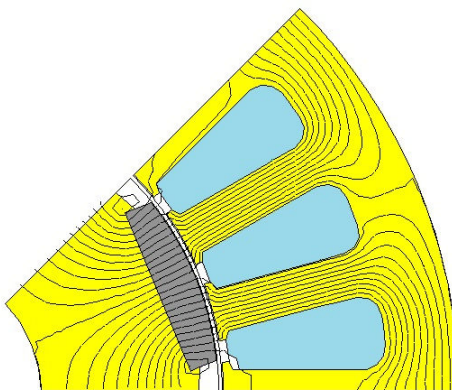


Figura 4.38 – Linhas de fluxo em um dado instante de tempo.

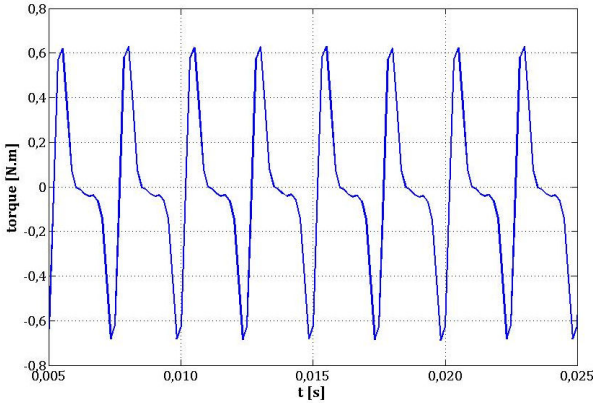


Figura 4.39 – Cogging torque.

De modo a avaliar as perdas por histerese, realizou-se uma simulação considerando uma carga de $100 \, \Omega$ acoplada a cada fase do gerador. Uma vez que as correntes parasitas são desconsideradas, as perdas de energia ocorrem em virtude da resistência dos enrolamentos do estator e em virtude do fenômeno de histerese. A Tabela 4.7 destaca os resultados obtidos dessa análise. Na tabela, a potência de entrada é calculada pelo produto entre o torque e a velocidade de rotação do gerador, já a perda no cobre está relacionada à resistência dos enrolamentos do estator.

Tabela 4.7 – Potências para o gerador operando com uma carga de $100 \, \Omega$ /fase.

potência de entrada [W]	138,47
perda no cobre [W]	2,65
perda por histerese [W]	3,29
potência de saída [W]	132,53
rendimento [%]	95,71

A perda por histerese pode ser obtida indiretamente, uma vez que a perda total deve ser igual à potência de entrada menos a potência de saída, e conhecida a perda no cobre, resta como incógnita apenas a perda por histerese. Dessa análise, resulta que a perda por histerese é da ordem de 3,29 W. Pela integração dos laços de histerese em cada elemento, o valor obtido foi da ordem de 3,34 W, confirmando a validade do procedimento adotado.

É importante salientar que devido à relutância do entreferro existente entre estator e rotor ser muito maior que a relutância do circuito formado pelo material ferromagnético do servomotor, o fluxo magnético nas bobinas do estator é limitado quase que exclusivamente pelo entreferro. Logo, a influência do material ferromagnético nas tensões de saída do servomotor é mínima e este problema pode ser abordado como linear (material ferromagnético com permeabilidade constante). No entanto, este exemplo destaca que um modelo de histerese vetorial pode ser considerado para a caracterização da não-linearidade, e as perdas de energia em virtude do fenômeno também podem ser computadas para máquinas girantes.

4.4 Gerador de indução auto-excitado

Alguns estudos [64][65][66] analisam o gerador de indução auto-excitado pelo MEF, no entanto, não consideram o fenômeno da histerese magnética no domínio de estudo e dessa forma a auto-excitação não ocorre naturalmente. Outros [67][68][69][70] consideram uma análise com parâmetros concentrados, a qual não contempla um possível conteúdo harmônico presente nas formas de onda da tensão e corrente no gerador.

Logo, este exemplo visa a analisar esse tipo de gerador, considerando a presença da histerese magnética no domínio de estudo. Resultados considerando uma análise por parâmetros concentrados (ver APÊNDICE A10) também são apresentados.

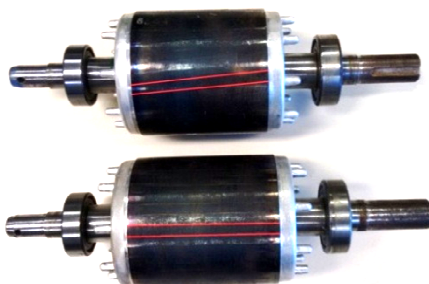
Com relação à máquina de indução utilizada, a mesma apresenta profundidade de 85 mm. As barras do rotor não possuem inclinação (ver Figura 4.40) e são feitas de alumínio 99,5%, com condutividade aproximada de $3,0 \times 10^{-7} \text{ } (\Omega\text{m})^{-1}$. Outras especificações são apresentadas pelas Tabelas 4.8 e 4.9.

Tabela 4.8 – Especificações.

1 CV, 60 Hz 220/380 V, 3,08/1,78 A, 4 pólos
resistência dos enrolamentos do estator: 11,31 Ω
número de condutores por fase: 171
momento de inércia: $0,277 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2$
entreferro eletromagnético: 0,50 mm

Tabela 4.9 – Dimensões do estator e do rotor.

	estator	rotor
diâmetro externo	122,00 mm	81,50 mm
diâmetro interno	82,00 mm	24,00 mm
número de ranhuras	36	44
área da ranhura	47,80 mm ²	22,40 mm ²

**Figura 4.40 – Rotores da máquina de indução. Acima: barras com inclinação; abaixo: barras sem inclinação.**

O material ferromagnético presente na máquina é considerado isotrópico. Os parâmetros do mesmo são apresentados na Tabela 4.10 e foram obtidos por otimização (a restrição (2.53) presente no Capítulo 2 foi imposta durante o processo de otimização).

Tabela 4.10 – Parâmetros do modelo de JA adotados para o material ferromagnético.

M_s	$1,339 \times 10^6$ A/m
k	127,016 A/m
c	0,330
a	39,068 A/m
α	$92,284 \times 10^{-6}$

A Figura 4.41 ilustra os laços experimental e calculado a partir do modelo de JA.

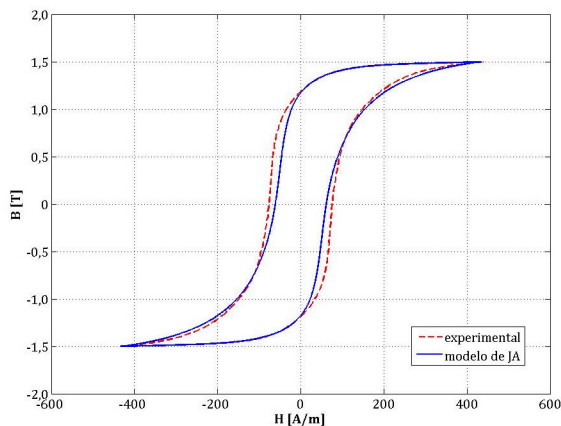


Figura 4.41 – Laços experimental e calculado.

A Figura 4.42 apresenta o sistema composto pelo gerador de indução (ligação em Y) conectado a um banco de capacitores balanceado. Durante as simulações, inicialmente as chaves C1 e C2 encontram-se, respectivamente, fechada e aberta. Dessa forma, a máquina de indução é alimentada por uma fonte trifásica alternada, considerando a condição de rotor bloqueado, e um magnetismo residual é naturalmente estabelecido. Após um intervalo de tempo, C1 é aberta e uma rotação de 1800 rpm é imposta ao eixo do gerador por uma máquina primária (motor CC). Posteriormente, o banco de capacitores é acoplado ao sistema (C2 é chaveada). Esse procedimento tem como consequência o processo de auto-excitação e o estabelecimento de tensões trifásicas nos terminais do gerador.

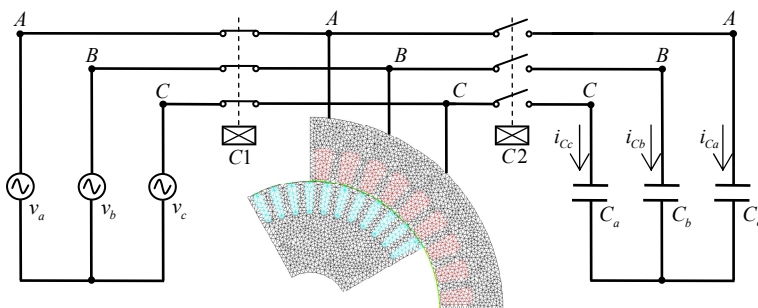


Figura 4.42 – Gerador de indução conectado a um banco de capacitores.

O banco de capacitores tem um importante papel no sistema, pois além de possibilitar a auto-excitação, ele mantém a tensão nos terminais do gerador em um ponto estável de operação. A tensão nos terminais também depende da impedância da carga e da velocidade de rotação do gerador [71].

Operando em velocidade constante, é possível manter constante a tensão nos terminais da carga pela escolha apropriada do banco de capacitores. Em vazio, o gerador opera em um ponto dado pela intersecção da curva de magnetização com a reta característica do capacitor, conforme ilustra a Figura 4.43.

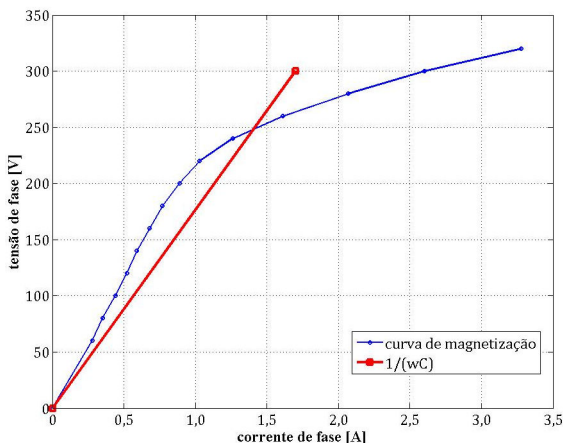


Figura 4.43 – Curva de magnetização e reta característica do capacitor.

A partir da curva de magnetização, considerou-se para os ensaios práticos um banco de capacitores que apresenta 15 μF /fase (3 capacitores em paralelo de 5 μF /±5% cada). O aparato experimental é ilustrado pela Figura 4.44.

Durante os ensaios, o magnetismo residual da máquina de indução foi pré-estabelecido acionando a mesma como motor em vazio. Observou-se que sem a presença de um magnetismo residual mínimo, o sistema é incapaz de gerar tensões nos terminais do gerador, não ocorrendo a auto-excitação.

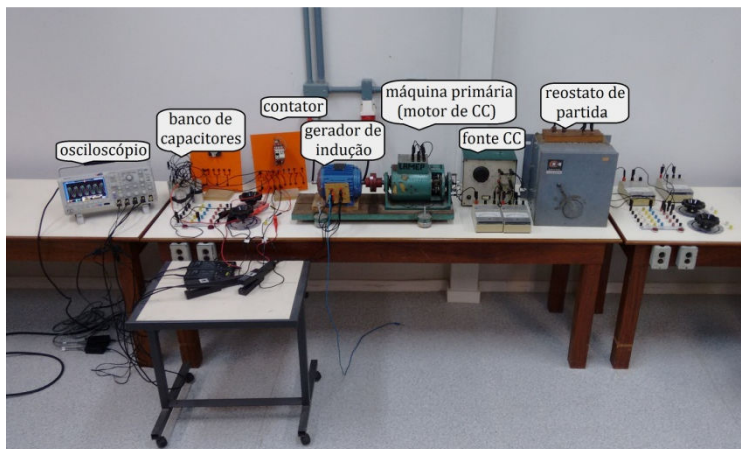


Figura 4.44 – Aparato experimental.

As Figuras 4.45 e 4.46 ilustram, respectivamente, o domínio de cálculo e a malha de elementos finitos. Devido à simetria da máquina, o domínio de estudo pode ser limitado a um quarto da mesma, impondo condições de anti-periodicidade e de Dirichlet.

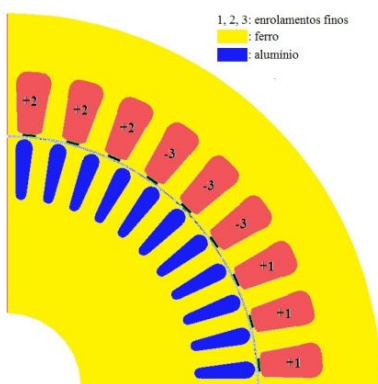


Figura 4.45 – Domínio de estudo. Devido à simetria da máquina, condições de anti-periodicidade podem ser impostas.

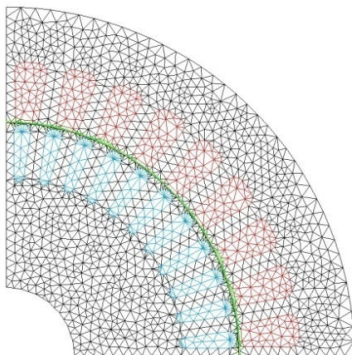


Figura 4.46 – Malha de elementos finitos com 3565 elementos e 1935 nós.

A Figura 4.47 ilustra o resultado experimental referente ao estabelecimento da tensão de linha nos terminais do gerador em virtude do processo de auto-excitação. Antes do acoplamento do banco de capacitores, o eixo da máquina de indução operava a 1800 rpm. Após o acoplamento, essa rotação decaiu para aproximadamente 1775 rpm, devido às perdas do próprio gerador representarem uma carga imposta a máquina primária.

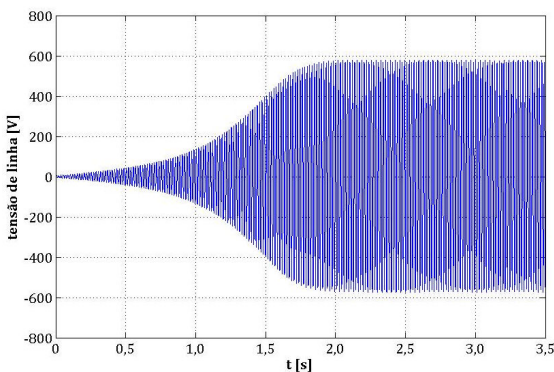


Figura 4.47 – Processo de auto-excitação: resultado experimental.

O processo de auto-excitação também pode ser observado em simulações com o MEF e com parâmetros concentrados, conforme ilustram as Figuras 4.48 e 4.49, respectivamente. O tempo para que o regime permanente seja alcançado depende do magnetismo residual da máquina de indução, o que explica a diferença entre as

Figuras 4.47, 4.48 e 4.49. Ainda, para os resultados apresentados nas Figuras 4.48 e 4.49, a velocidade do gerador foi considerada constante e igual a 1800 rpm desde o início do processo.

Nas simulações com o MEF, cada período de 60 Hz foi amostrado em 360 pontos e o regime permanente foi alcançado após 116 períodos.

Com relação à análise por parâmetros concentrados, assume-se como condição inicial um pequeno valor de tensão nos terminais do gerador. Esse valor está diretamente associado ao tempo em que o sistema opera em regime transitório nesse tipo de abordagem.

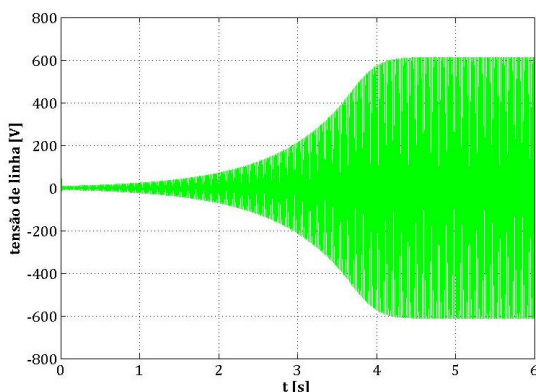


Figura 4.48 – Processo de auto-excitação: resultado com parâmetros concentrados.

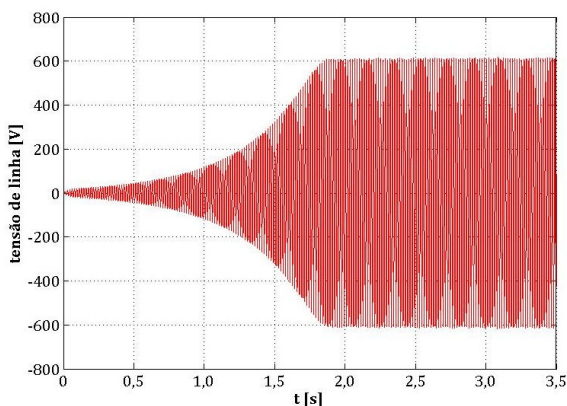


Figura 4.49 – Processo de auto-excitação: resultado com o MEF.

A Figura 4.50 ilustra a tensão de fase em regime permanente para uma rotação de 1800 rpm imposta ao eixo do gerador. Observa-se a presença de *ripple* na forma de onda devido à não inclinação das barras do rotor, o que provoca o surgimento de uma 21^a harmônica acentuada. Em termos percentuais, o principal conteúdo harmônico obtido experimentalmente e pelo MEF é apresentado pela Tabela 4.11.

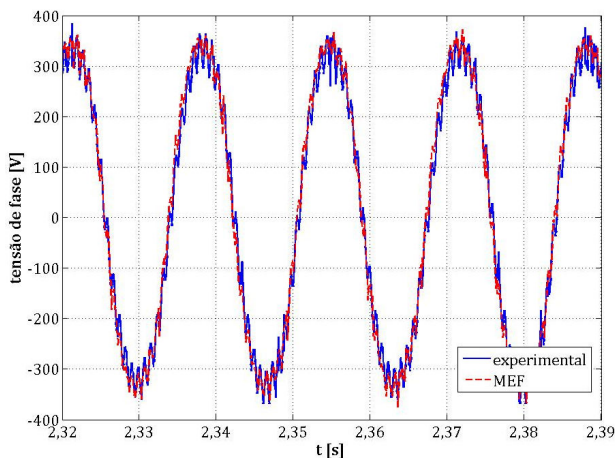


Figura 4.50 – Tensão de fase para o rotor com barras não inclinadas.

Tabela 4.11 – Principal conteúdo harmônico da tensão de fase.

experimental			MEF		
1 ^a	3 ^a	21 ^a	1 ^a	3 ^a	21 ^a
100 %	4.71 %	8.43 %	100 %	4.69 %	6.29 %

A Figura 4.51 ilustra as linhas de fluxo em um instante de tempo para o sistema já operando em regime permanente. Já as Figuras 4.52 e 4.53 ilustram, respectivamente, a carta de indução e a distribuição das correntes induzidas nas barras do rotor.

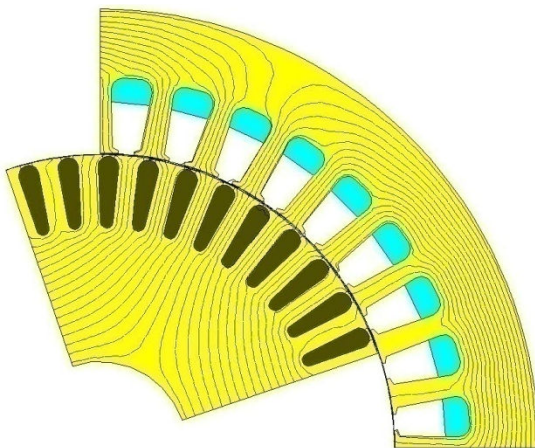


Figura 4.51 – Linhas de fluxo em um determinado instante de tempo com o sistema já operando em regime permanente.

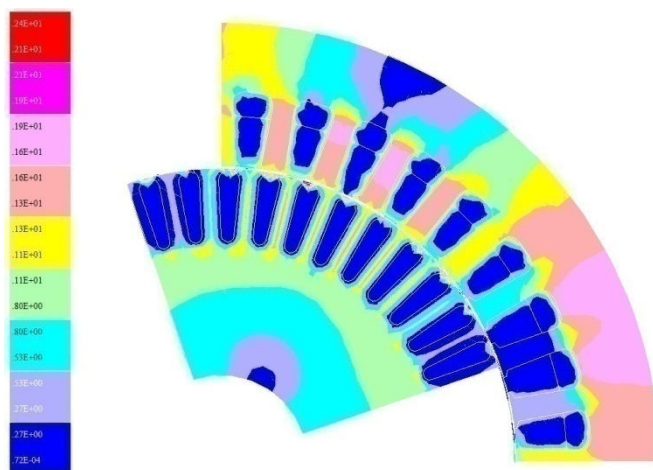


Figura 4.52 – Carta de indução magnética.

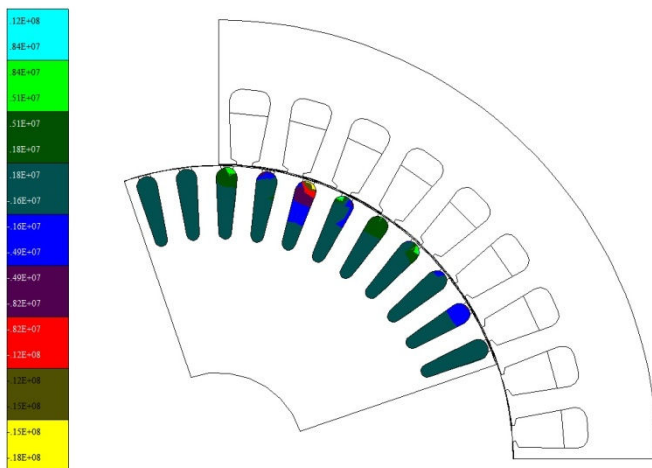


Figura 4.53 – Distribuição das correntes induzidas nas barras do rotor.

Um ensaio com um rotor de barras inclinadas foi também realizado, constatando, conforme Figura 4.54, o desaparecimento do *ripple* na forma de onda da tensão de fase. Esse é o único resultado aqui apresentado relativo a esse tipo de rotor; todos os demais resultados consideram o rotor com barras não inclinadas.

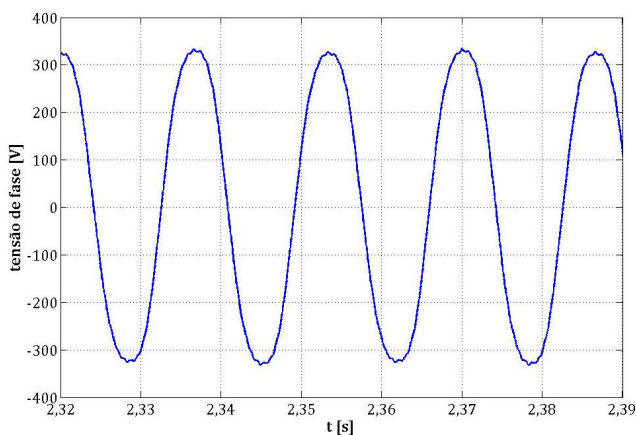


Figura 4.54 – Tensão de fase com um rotor de barras inclinadas: resultado experimental.

A Figura 4.55 mostra a tensão de linha (1800 rpm). Neste caso, o conteúdo harmônico é cancelado, restando praticamente apenas a componente fundamental. Dessa forma, na Figura 4.55 é também apresentando o resultado obtido pela análise com parâmetros concentrados.

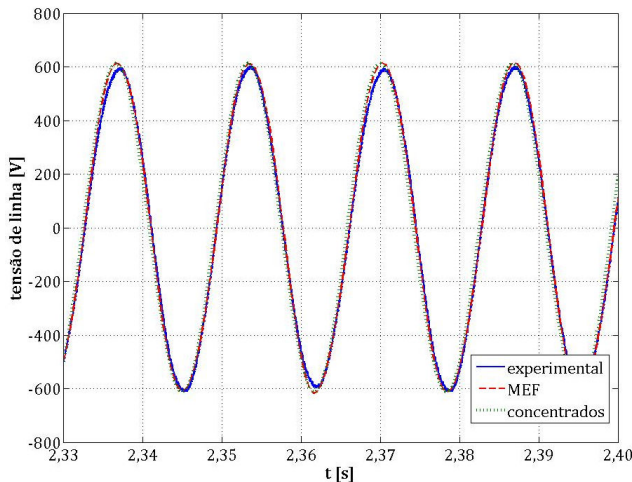


Figura 4.55 – Tensão de linha.

O valor da tensão eficaz de linha esperado (intersecção da reta característica do capacitor com a curva de magnetização da máquina) é da ordem de 430,23 V. Assumindo esse valor como referência, foi calculada a diferença entre os resultados obtidos experimentalmente (D_1), pelo MEF (D_2) e com parâmetros concentrados (D_3), como mostra a Tabela 4.12.

Tabela 4.12 – Comparativo entre os resultados obtidos.

tensão eficaz de linha [V]				diferença [%]		
referência	experimental	MEF	concentrados	D_1	D_2	D_3
430,23	424,26	429,57	432,89	-1,39	-0,66	+0,62

A Figura 4.56 ilustra o resultado referente à corrente de linha do sistema. Assim como os demais resultados até agora apresentados, observa-se uma boa concordância entre o resultado experimental e o obtido por simulação com o MEF.

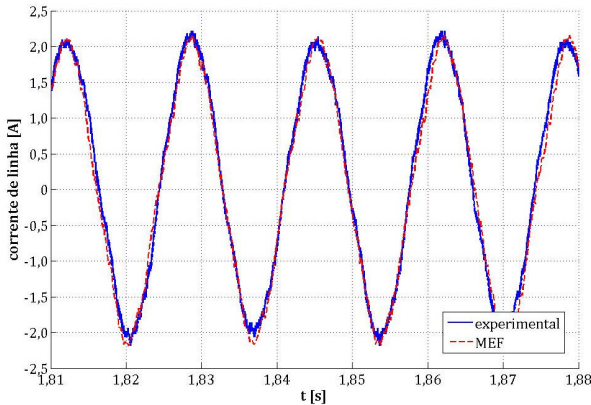


Figura 4.56 – Corrente de linha.

O laço de histerese em regime permanente para um ponto localizado em um dente do estator é ilustrado na Figura 4.57. Nesse ponto, a indução alterna na direção radial, pois a componente tangencial assume valor desprezível (menor que 0,04 T de pico).

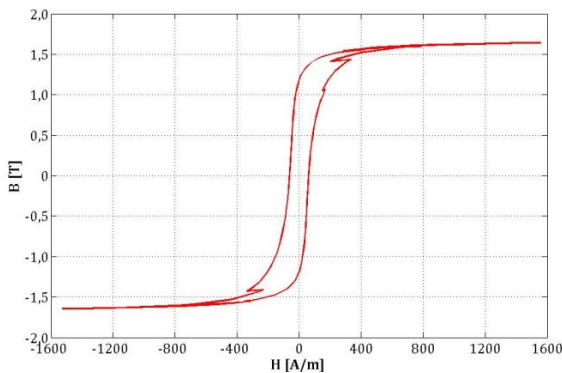


Figura 4.57 – Laço de histerese para um ponto localizado em um dente do estator: componente radial.

Por fim, considerou-se o neutro do gerador acoplado ao neutro do banco de capacitores, o que ocasiona significativas mudanças nas formas de onda de tensão e corrente do sistema. As Figuras 4.58, 4.59 e 4.60 ilustram os principais resultados obtidos dessa análise em regime permanente para 1800 rpm. Novamente observa-se uma boa concordância entre os resultados obtidos.

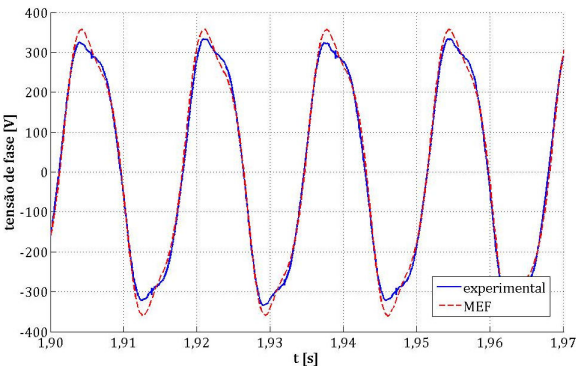


Figura 4.58 – Tensão de fase.

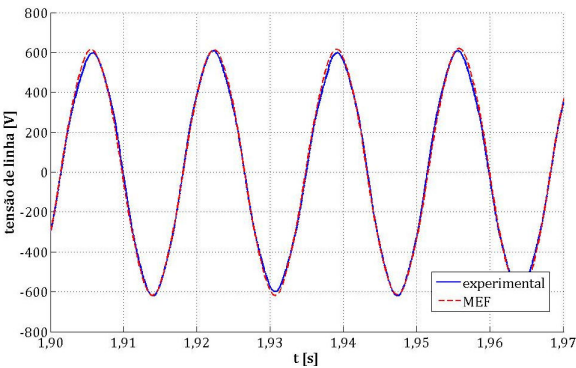


Figura 4.59 – Tensão de linha.

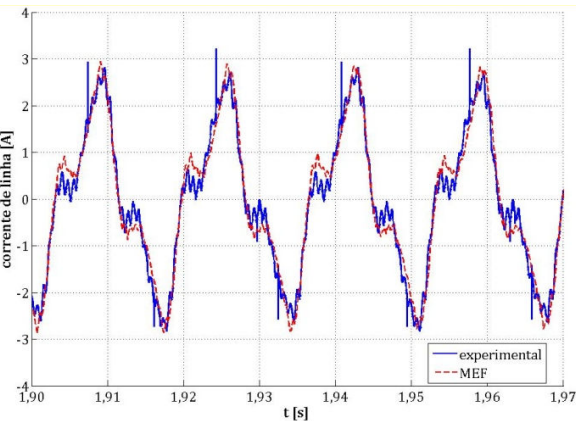


Figura 4.60 – Corrente de linha.

Resultados de simulações com o MEF também foram obtidos para as configurações monofásicas presentes na Figura 4.61. Na Figura 4.61(a), AB, BC e CA representam as fases do gerador. Por sua vez, a Figura 4.62(b) pode ser interpretada de forma semelhante.

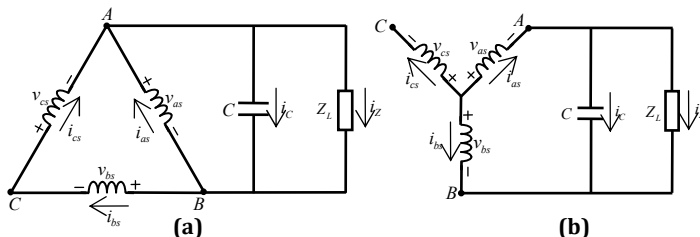


Figura 4.61 – Configurações monofásicas simuladas: (a) gerador em Δ ; (b) gerador em Y.

Considerou-se uma carga resistiva de $400 \, \Omega$ e de $1200 \, \Omega$ para o gerador conectado em Δ e Y, respectivamente; já as capacitâncias assumidas são da ordem de $45 \, \mu\text{F}$ (gerador em Δ) e $15 \, \mu\text{F}$ (gerador em Y). A partir dessas escolhas, é esperada a obtenção de resultados semelhantes para ambas as configurações, o que é confirmado pelos resultados apresentados na Tabela 4.13.

Uma simulação com parâmetros concentrados para o gerador conectado em Δ também foi realizada e os resultados obtidos por essa análise foram assumidos como referência para o cálculo das diferenças descritas na Tabela 4.13. O fator $\sqrt{3}$ para o comparativo entre as correntes e tensões na carga também foi utilizado.

Tabela 4.13 – Resultados de simulação para as configurações monofásicas.

	referência	conexão em Δ		conexão em Y	
		MEF	diferença [%]	MEF	diferença [%]
$V_{\text{carga}} [\text{V}_{\text{RMS}}]$	263,51	258,81	-1,78	452,55	-0,85
$I_{\text{carga}} [\text{A}_{\text{RMS}}]$	0,66	0,65	-1,52	0,38	-0,28
torque médio [N.m]	-1,81	-2,02	+11,60	-2,01	+11,05
potência de entrada [W]	341,18	380,76	+11,60	378,88	+11,05
potência de saída [W]	174,24	169,00	-3,01	173,28	-0,55
rendimento [%]	51,07	44,38	-13,10	45,73	-10,46

Observa-se pela Tabela 4.13 que todos os resultados apresentam boa concordância. A maior diferença é observada para a

potência de entrada, justificada pelo fato do modelo por parâmetros concentrados (ver Figura A10.1 - ANEXO A10) não contemplar as perdas no núcleo da máquina.

As Figuras 4.62 e 4.63 ilustram a evolução da tensão nos terminais da carga para o gerador conectado em Δ e Y, respectivamente (resultados com o MEF). Comparando as figuras, observa-se que o regime permanente é alcançado quase que ao mesmo tempo. Uma pequena diferença no transitório pode ser justificada pela dificuldade em estabelecer condições iniciais equivalentes para ambos os casos.

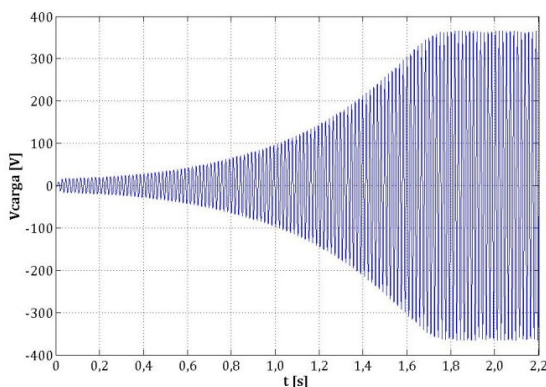


Figura 4.62 – Evolução da tensão nos terminais da carga para o gerador conectado em Δ (resultado com o MEF).

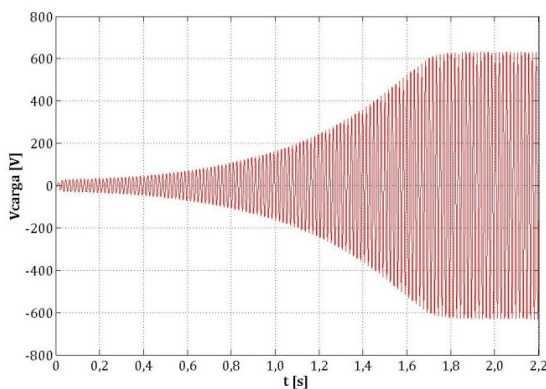


Figura 4.63 – Evolução da tensão nos terminais da carga para o gerador conectado em Y (resultado com o MEF).

As Figuras 4.64 (resultado com o MEF) e 4.65 (resultado com parâmetros concentrados) ilustram as correntes em regime permanente nas fases A e B do gerador quando conectado em Δ (a corrente na fase C é igual a na fase B). Observa-se que ambas as figuras apresentam similaridade em relação às amplitudes das correntes. Já a Figura 4.66 (resultado com o MEF) ilustra a corrente em regime permanente na fase A para o gerador em Y (a corrente na fase B é igual a na fase A e a corrente na fase C é igual a zero).

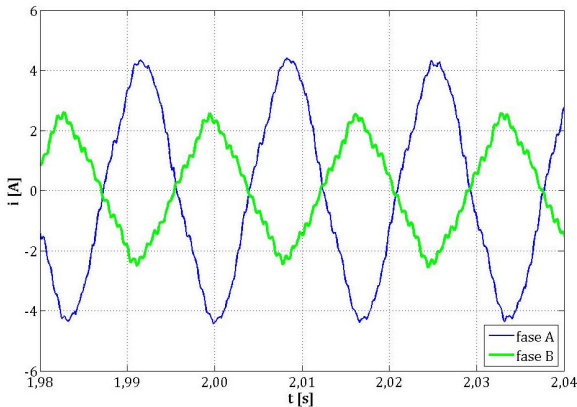


Figura 4.64 – Correntes em regime permanente nas fases A e B do gerador quando conectado em Δ (resultado com o MEF).

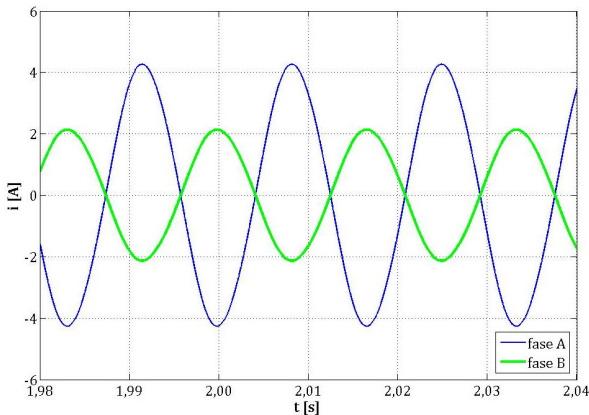


Figura 4.65 – Correntes em regime permanente nas fases A e B do gerador quando conectado em Δ (resultado com parâmetros concentrados).

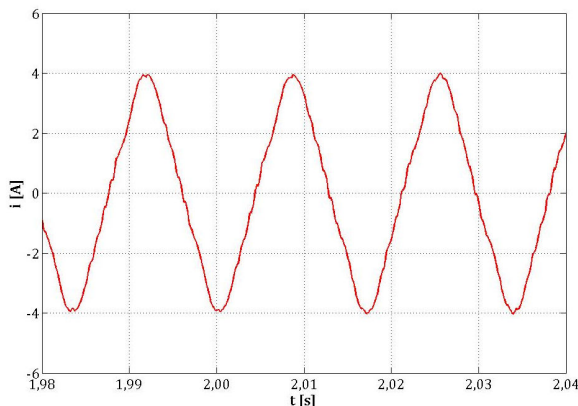


Figura 4.66 – Corrente em regime permanente na fase A do gerador quando conectado em Y (resultado com o MEF).

Com este exemplo, pode-se demonstrar a eficiência da modelagem do gerador de indução auto-excitado pelo MEF, englobando o movimento mecânico, a histerese magnética e as equações circuitais presentes no sistema.

Diferentes topologias de circuitos elétricos podem ser associadas à saída do gerador, possibilitando tanto a análise de configurações trifásicas quanto monofásicas.

Em relação a convergência do sistema não-linear, é importante destacar que a mesma foi delicada, possivelmente devido à não inclinação das ranhuras do rotor e à pontos com elevadas saturações. Dessa forma, empregou-se baixos valores para o coeficiente de relaxação (em torno de 0,03) e também a metodologia descrita no item 3.6 deste trabalho juntamente com a estratégia descrita no APÊNDICE A8 (para equação (A8.1) assumiu-se $a_1 = 2$, $a_2 = 4$ e $a_3 = 7$).

4.5 Motor de histerese

O motor de histerese é um motor síncrono que apresenta um torque proporcional à área do ciclo de histerese do material que constitui o rotor e uma corrente de partida em torno de 150% o valor da corrente nominal [72].

A estrutura de um motor de histerese (ver Figura 4.67) é similar a dos motores síncronos e de indução, podendo o estator ser monofásico ou polifásico, desde que produza um campo girante. No caso monofásico, o campo girante pode ser obtido por dois enrolamentos defasados no espaço em 90° elétricos e submetidos a correntes elétricas defasadas em 90° no tempo.

O rotor do motor de histerese apresenta uma estrutura lisa, constituído por um anel de material com largo ciclo de histerese. Normalmente são usados o cromo, níquel, cobalto e ferro duro. Já o núcleo é constituído de um material não-magnético, normalmente o alumínio, que tem a função de dar sustentação ao anel.

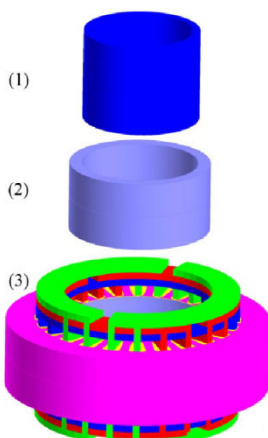


Figura 4.67 – Partes do motor de histerese: (1) suporte, (2) anel de histerese, (3) estator e enrolamentos (MIRIMANI, VAHEDI *et al.* [73]).

Quando o rotor é submetido a uma variação de fluxo magnético, ocorrem perdas por histerese no material que compõem o anel de histerese, fazendo com que a magnetização do rotor esteja sempre atrasada em relação ao campo girante produzido pelo estator. Assim, o torque é gerado pela defasagem entre o fluxo do estator e o fluxo devido à magnetização do rotor (ver Figura 4.68).

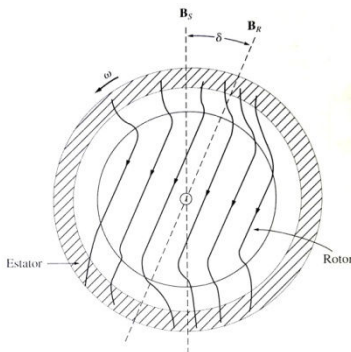


Figura 4.68 – O torque do motor de histerese é proporcional ao ângulo entre os campos magnéticos do rotor e do estator (CHAPMAN [74]).

Em um motor de histerese real, o material que constitui o anel do rotor possui uma condutividade elétrica não nula. Portanto, quando o rotor for submetido a uma variação de fluxo magnético ele sofrerá não apenas perdas por histerese, mas também perdas por correntes de Foucault em velocidades subsíncronas. Essas perdas contribuem significativamente para o valor do torque em velocidades subsíncronas.

Os resultados que serão a seguir apresentados fazem referência a um motor de histerese monofásico de seis pólos. Após inúmeras tentativas por parte da empresa que confeccionou tal motor, chegou-se a um motor com as características apresentadas no APÊNDICE A11. É importante destacar que, de modo a restringir a circulação de correntes parasitas na massa metálica do rotor, o protótipo final constituiu-se de um motor com rotor laminado (rotor nº 4 do APÊNDICE A11 e Figura 4.69).



Figura 4.69 – Rotor do motor de histerese.

Uma das lâminas que compõem o anel de histerese, conforme Figura 4.70, foi inicialmente ensaiada e os parâmetros do modelo de JA obtidos. Tais parâmetros são apresentados na Tabela 4.14.

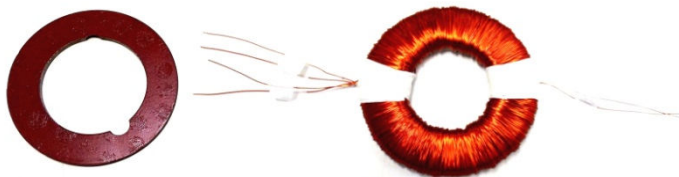


Figura 4.70 – Anel de histerese ensaiado.

Tabela 4.14 – Parâmetros do modelo de JA adotados para o anel de histerese.

M_s	$1,302 \times 10^6 \text{ A/m}$
k	18979 A/m
c	$0,671$
a	14955 A/m
α	$35,790 \times 10^{-3}$

A Figura 4.71 ilustra os laços de histerese experimental e calculado para os parâmetros descritos na Tabela 4.14. Cabe destacar que a forma da curva experimental não possibilitou uma melhor representação da mesma a partir do modelo de JA.

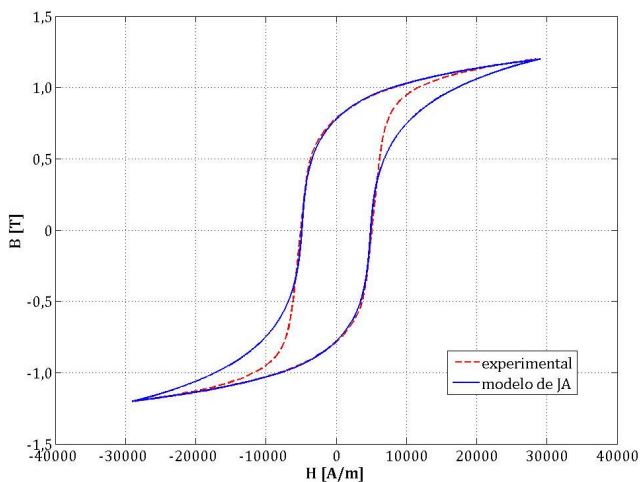


Figura 4.71 – Laços experimental e calculado referentes ao anel de histerese.

Para análise pelo MEF, devido à simetria da máquina, o domínio de estudo pode ser limitado a um sexto da mesma, conforme Figura 4.72, impondo condições de anti-periodicidade e de Dirichlet. Já a malha de elementos finitos é ilustrada pela Figura 4.73. Também se considerou um fator de empilhamento de 95% para as lâminas do rotor, resultando em uma profundidade de 88 mm, e um momento de inércia de $0,00382 \text{ kg.m}^2$. Já a resistência de cada um dos enrolamentos do estator é da ordem de $11,5 \Omega$.

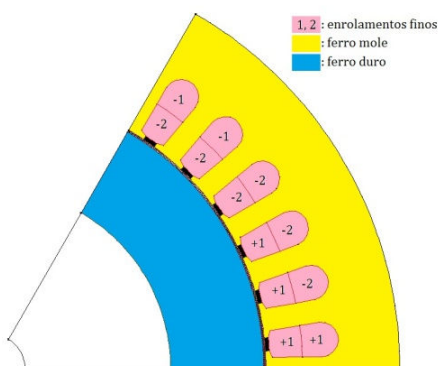


Figura 4.72 – Domínio de estudo. Devido à simetria da máquina, condições de anti-periodicidade podem ser impostas.

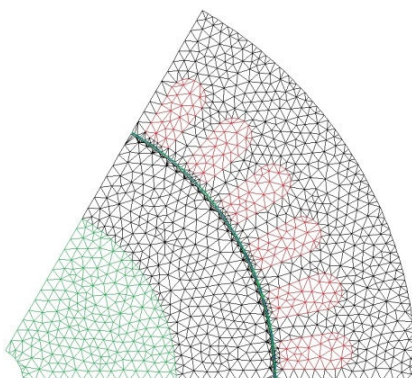


Figura 4.73 – Malha de elementos finitos com 3390 elementos e 2136 nós.

Em uma primeira análise, considerou-se uma alimentação bifásica para o motor e uma operação em vazio. Os resultados

obtidos por simulação são apresentados a seguir. A Figura 4.74 ilustra a evolução da velocidade ao longo do tempo (a mesma atinge 1200 rpm em regime permanente), já a Figura 4.75 ilustra a evolução do torque eletromagnético.

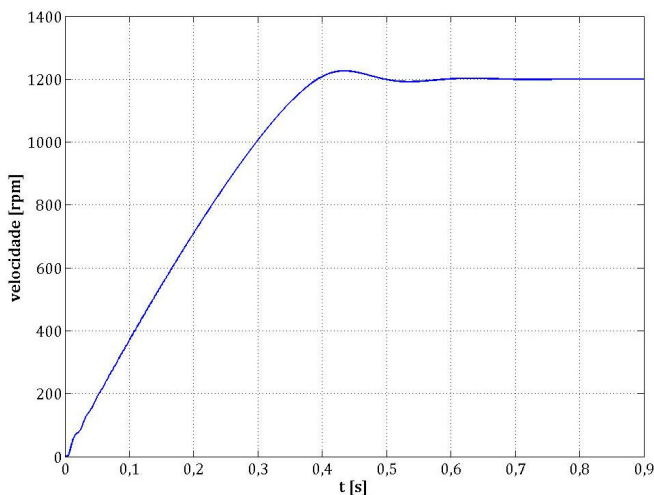


Figura 4.74 – Evolução da velocidade ao longo do tempo.

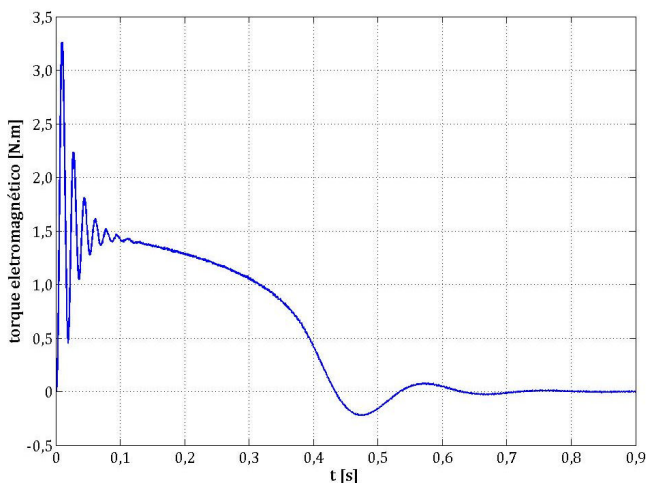


Figura 4.75 – Evolução do torque eletromagnético ao longo do tempo.

Na Figura 4.76 são apresentadas as correntes em cada um dos enrolamentos em regime permanente (as mesmas apresentam uma defasagem de 90° no tempo).

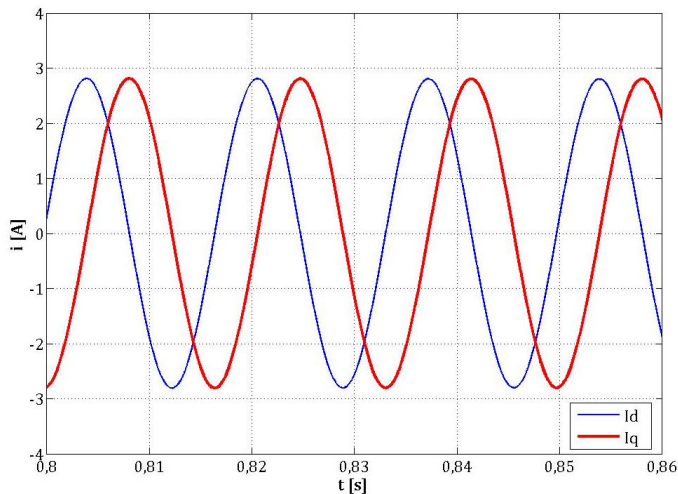
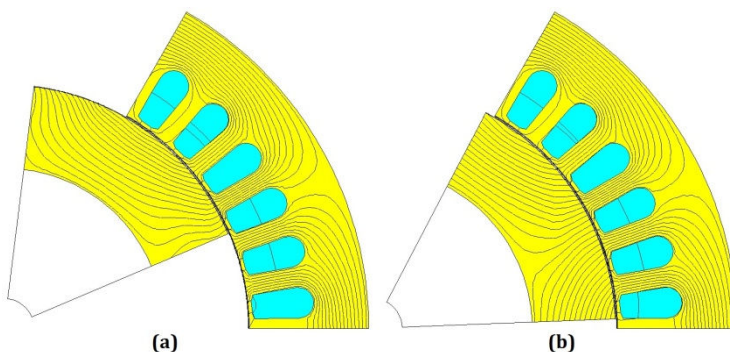


Figura 4.76 – Correntes dos enrolamentos em regime permanente.

Na Figura 4.77 são apresentadas as linhas de fluxo para dois instantes de tempo. Já a Figura 4.78 ilustra a carta da indução magnética referente à Figura 4.77(b).



**Figura 4.77 – Linhas de fluxo: (a) $t=0,24$ s ($\omega=835$ rpm);
(b) $t=0,79$ s ($\omega=1200$ rpm).**

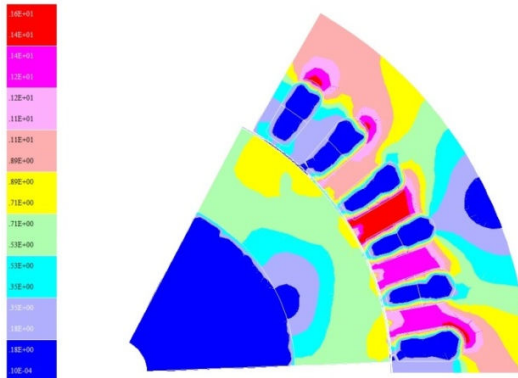


Figura 4.78 – Carta de indução magnética referente a Figura 4.72(b).

Analizou-se também o comportamento da histerese magnética em um elemento localizado ao centro do rotor. Durante a aceleração do motor, é possível observar a formação de laços de histerese, por exemplo, conforme a Figura 4.79. Em regime permanente (1200 rpm) a indução magnética permanece constante nos elementos.

Na Figura 4.79, o intervalo de tempo referente à produção do laço é entre 0,0926 e 0,1176 segundos (1,5 períodos de 60 Hz). Nesse intervalo a velocidade inicial e final são 343 rpm e 432 rpm, respectivamente.

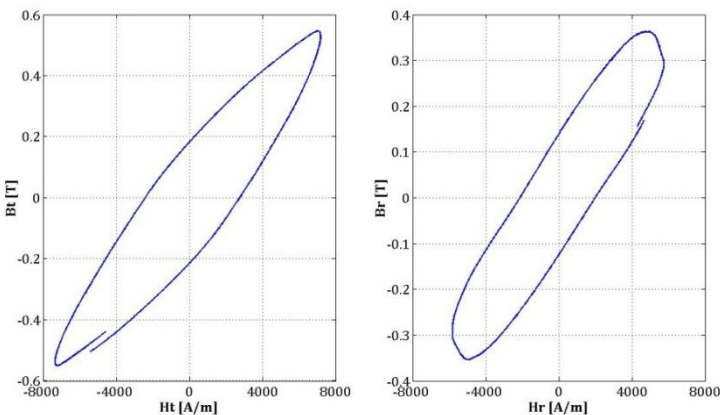


Figura 4.79 – Laços de histerese para um elemento localizado no rotor durante a aceleração do motor.

A segunda análise visa confrontar resultados de simulações com resultados experimentais. Essa análise considera uma alimentação bifásica e uma carga de 0,64 N.m (carga nominal) acoplada ao eixo do motor. O comportamento dinâmico da velocidade e do torque eletromagnético após o acoplamento da carga, em $t = 0,9259$ segundos, é apresentado na Figura 4.80 (resultado de simulação).

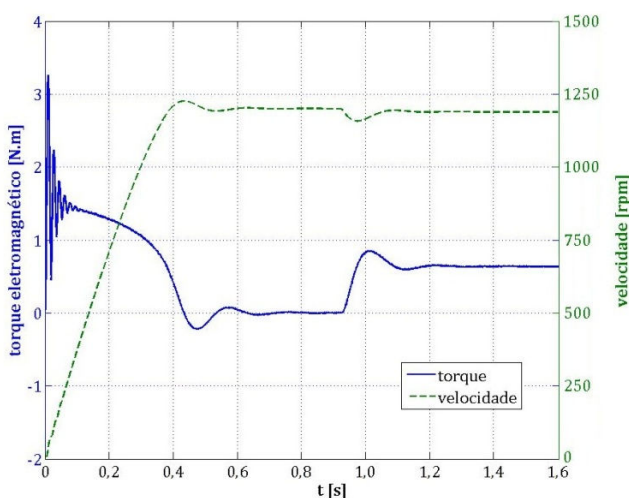


Figura 4.80 – Comportamento da velocidade e do torque eletromagnético antes e após o acoplamento da carga.

A comparação entre os resultados em regime permanente é apresentada na Tabela 4.15. Na tabela, I_d e I_q representam as correntes nos enrolamentos. O resultado denominado "experimental A" foi fornecido pelo fabricante, enquanto o resultado denominado "experimental B" foi obtido de forma independente pelo aparato ilustrado na Figura 4.81.

Cabe ressaltar que para os resultados obtidos em laboratório, os enrolamentos do motor foram submetidos a tensões sinusoidais de 220 V_{RMS}/60 Hz defasadas de 90° no tempo com uma taxa de distorção harmônica de aproximadamente 2 %. Em laboratório o motor atingiu a velocidade síncrona para um torque de carga levemente abaixo do nominal (em torno de 0,62 N.m).

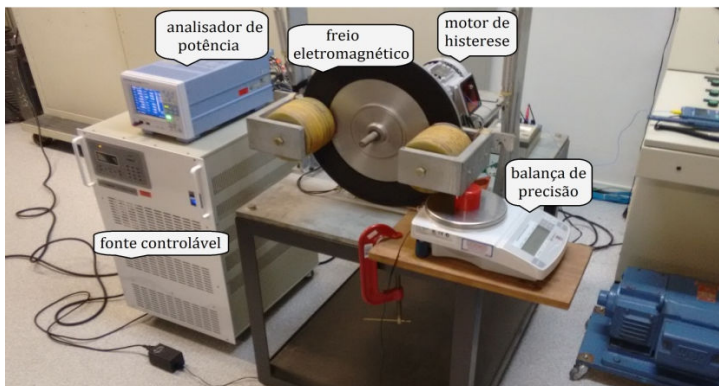


Figura 4.81 – Aparato experimental.

Tabela 4.15 – Comparativo entre os resultados obtidos considerando uma alimentação bifásica.

	experimental		MEF	diferença [%]	
	A	B		MEF/A	MEF/B
velocidade [rpm]	1200	1190	1188	-1,00	-0,02
I_d [A _{RMS}]	2,40	2,32	2,13	-11,25	-8,19
I_q [A _{RMS}]	2,50	2,33	2,13	-14,80	-8,58
potência de entrada [W]	250	261	189	-24,40	-27,59
perda no cobre [W]	138	124	104	-24,64	-16,13
potência de saída [W]	80	80	80	-0,00	-0,00
rendimento [%]	32	30	42	+31,25	+40,00
fator de potência	0,23	0,26	0,20	-13,04	-23,08

Pela Tabela 4.15, observa-se que as correntes nos enrolamentos apresentam uma pequena diferença para o resultado experimental A. Por outro lado, uma vez que as simulações consideram uma perfeita simetria da máquina, nenhuma diferença de amplitude entre as correntes é encontrada nos resultados de simulação. Em laboratório (resultado experimental B), a diferença observada foi mínima.

É importante destacar que as simulações desconsideram a presença de correntes parasitas e outras perdas, com exceção da perda no cobre do estator, o que contribui para que os valores das correntes e da potência absorvida serem menores nos resultados de simulação. Matematicamente, por exemplo, a partir do resultado experimental A, observa-se que subtraindo os valores da perda no

cobre e da potência de saída do valor da potência de entrada, tem-se que as demais perdas correspondem a 32 W. Para um circuito puramente dissipativo, esse valor equivale a 0,15 A_{RMS} em 220 V_{RMS}.

Portanto, considerando essas particularidades, os resultados de simulação apresentam boa concordância com os resultados experimentais.

Para avaliar a o comportamento da velocidade em relação à carga acoplada ao motor, foram realizadas simulações considerando diferentes cargas. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 4.82. Observa-se que a velocidade aproxima-se de 1200 rpm à medida que a carga diminui. Experimentalmente, o motor atinge a velocidade síncrona de 1200 rpm para qualquer carga abaixo da carga nominal.

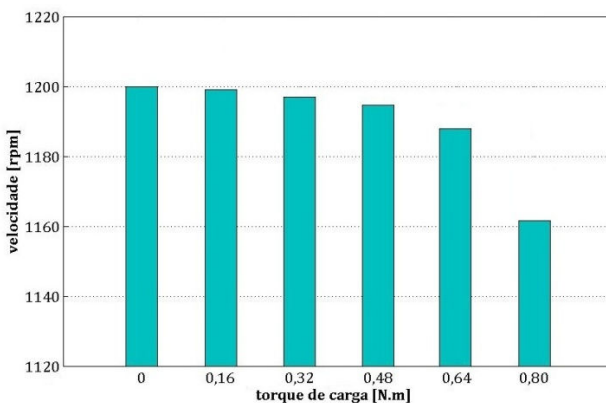


Figura 4.82 – Velocidade em regime permanente para diferentes cargas.

Em uma última análise, considerou-se uma alimentação monofásica e o motor com carga nominal acoplada ao eixo. Nesse caso, é necessário inserir um capacitor e um resistor em série com um dos enrolamentos (ver APÊNDICE A11, Figura A11.2).

Durante as simulações, o capacitor e o resistor auxiliar a serem acoplados ao circuito de alimentação foram considerados da ordem de 24 μ F e 76 Ω , respectivamente. O valor do resistor difere um pouco daquele apresentado na Figura A11.2, mas permite obter valores de tensão eficaz sob cada enrolamento em concordância com os obtidos experimentalmente.

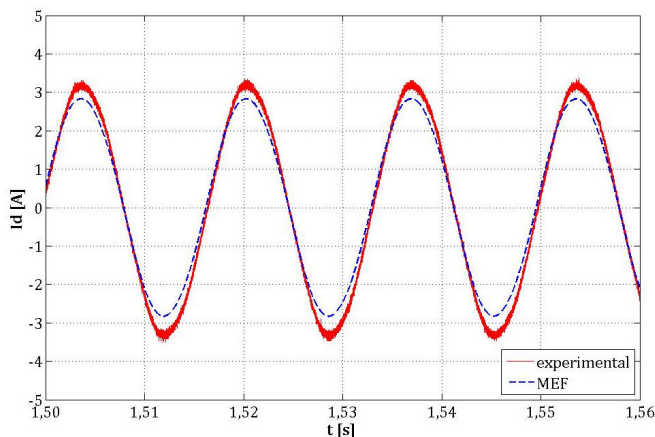
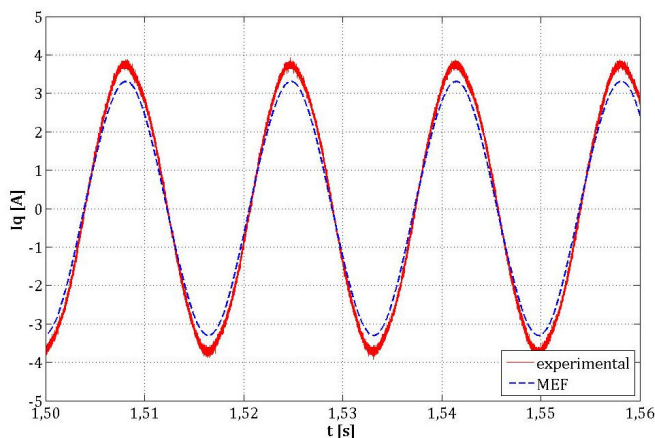
Os resultados obtidos dessa última análise são apresentados na Tabela 4.16, onde V_d e V_q representam as tensões nos enrolamentos.

O comparativo apresentando na Tabela 4.16 é afetado em virtude das simplificações assumidas (assim como no caso anterior, algumas perdas são desconsideradas) e também dos componentes passivos (resistor e capacitor) inseridos no circuito de alimentação. Ainda assim, tal comparativo indica coerência entre os resultados apresentados.

Tabela 4.16 – Comparativo entre os resultados obtidos considerando uma alimentação monofásica com auxílio de um capacitor e um resistor.

	experimental A	MEF	diferença [%]
velocidade [rpm]	1200	1166	-2,83
V_d [V _{RMS}]	220	220	+0,00
V_q [V _{RMS}]	238	238	+0,00
I_d [A _{RMS}]	2,40	2,02	-15,83
I_q [A _{RMS}]	2,67	2,31	-13,48
potência de entrada [W]	649	602	-7,24
perda no resistor [W]	399	406	+1,75
perda no cobre [W]	148	108	-27,03
potência de saída [W]	80	78	-2,50
rendimento [%]	12	13	+8,33
fator de potência	0,85	0,96	+12,94

Por fim, as Figuras 4.83 e 4.84 apresentam as formas de onda de corrente obtidas em laboratório para cada um dos enrolamentos do motor. É observada uma boa concordância entre os resultados experimentais e de simulação. Nota-se também que quando I_d assume um valor próximo de zero, I_q assume valor máximo, caracterizando uma defasagem em torno de 90° no tempo entre as correntes.

**Figura 4.83 – Corrente I_d .****Figura 4.84 – Corrente I_q .**

Este exemplo abordou uma aplicação direta do fenômeno da histerese magnética ao analisar o funcionamento de um motor de histerese.

Cabe ressaltar que uma abordagem puramente anisterética não permite a análise desse tipo de máquina, o que justifica a aplicação do modelo vetorial de JA.

Em geral, os resultados obtidos por simulações encontram-se em boa concordância com os resultados experimentais.

CAPÍTULO 5

Conclusões

Uma vez que a histerese magnética é um fenômeno presente em materiais ferromagnéticos sujeitos a fluxos magnéticos variáveis, considerá-la em simulações com o MEF, em detrimento de uma curva anisterética, conduz a uma caracterização que melhor representa o comportamento real de tais materiais.

Logo, ao considerar a não-linearidade de materiais ferromagnéticos a partir do modelo vetorial de histerese de JA, este trabalho buscou um aperfeiçoamento na modelagem de dispositivos eletromagnéticos associados aos seus respectivos circuitos elétricos externos utilizando o MEF em 2D.

O primeiro capítulo destinou-se a apresentar os objetivos e contribuições desta tese, bem como uma revisão bibliográfica que descreve os principais trabalhos na linha de pesquisa desenvolvida.

No segundo capítulo foi apresentado o modelo de histerese de JA, partindo do modelo escalar direto e concluindo com o modelo vetorial inverso.

O terceiro capítulo descreveu de que forma é possível associar um tensor de relatividade diferencial, diretamente obtido do modelo vetorial de histerese, junto às equações de campo com formulação em potencial vetor magnético. Posteriormente, foi apresentado o sistema de equações proveniente do acoplamento direto das equações de campo com as equações do circuito elétrico externo, considerando movimento mecânico no domínio de estudo.

De modo a validar a modelagem apresentada no terceiro capítulo, o quarto capítulo abordou cinco exemplos de aplicações.

No primeiro exemplo analisado, descarga de um capacitor em um circuito eletromagnético, foi observado que o circuito tende a dissipar mais rapidamente a energia acumulada inicialmente no capacitor quando a histerese magnética é considerada, de forma que a corrente do circuito atinge o valor zero em um menor intervalo de tempo. Com esse exemplo também ficou demonstrado que as

perdas por histerese podem ser computadas a partir da integração do ciclo de histerese para cada elemento da malha de elementos finitos.

O segundo exemplo, transformador trifásico, destacou a capacidade do modelo vetorial de histerese em representar os fluxos rotacionais. Também destacou a possibilidade de acoplamento de carga ao secundário do transformador.

No terceiro exemplo, servomotor atuando como gerador, embora a não-linearidade do material ferromagnético não influencie de forma significativa na tensão de saída do servomotor, observou-se que é possível considerar o modelo vetorial nesse tipo de problema e computar as perdas por histerese em máquinas elétricas girantes. Com esse exemplo também se contemplou a presença de ímãs permanentes no domínio de estudo, o que é perfeitamente possível na modelagem proposta.

O quarto exemplo, gerador auto-excitado, abordou a utilização de um motor de indução trifásico como gerador auto-excitado. Nesse exemplo, o magnetismo residual da máquina desempenhou um papel importante nas simulações, permitindo que auto-excitação ocorresse naturalmente, o que destaca a importância do modelo de histerese presente na modelagem.

Já no quinto e último exemplo, motor de histerese, considerou-se a aplicação do modelo de histerese para a caracterização do anel rotórico da máquina durante as simulações. Nesse exemplo, o emprego do modelo é bem justificado, uma vez que uma simples curva anisterética não seria capaz de representar o fenômeno responsável pelo funcionamento desse tipo de motor. Como relação à máquina em questão, um tema interessante a ser investigado é o cálculo do torque útil no eixo do rotor em detrimento do uso do Tensor de Maxwell para o cálculo eletromagnético no entreferro.

Resumidamente, pelos resultados apresentados nos cinco exemplos abordados, pôde-se validar a implementação do modelo vetorial de JA ao MEF, considerando a presença do movimento mecânico e as equações referentes aos circuitos elétricos externos na resolução do sistema não-linear de equações.

Com relação à convergência do sistema não-linear, o primeiro, segundo, terceiro e quinto exemplos apresentaram boa convergência. O segundo exemplo obteve convergência para um caso anisotrópico, onde a matriz global \mathbf{SS} torna-se assimétrica. Já o quarto exemplo apresentou uma delicada convergência, o que acarretou no uso de fatores baixos de relaxação (sub-relaxação) e das estratégias apresentadas pela Figura 3.5 e pelo APÊNDICE A8.

Uma hipótese para possíveis problemas de convergência está relacionada à natureza do tensor de relutividade diferencial, embora o estudo de outros métodos e técnicas para a resolução do sistema não-linear devam ser explorados, como por exemplo: variação do passo de tempo e discretização das derivadas temporais pelo método de Crank-Nicolson. Ainda nesse sentido, os APÊNDICES A1 e A8 relatam particularidades observadas ao longo dos trabalhos desenvolvidos. De fato, são observações importantes que podem contribuir para a convergência do sistema não-linear.

Por fim, cabe destacar que a escolha do modelo vetorial de JA mostrou ser uma escolha natural, a partir dos trabalhos desenvolvidos pelo GRUCAD e pelo *know-how* adquirido pelo grupo perante o assunto. No entanto, é interessante registrar que outros modelos associados ao MEF podem ser uma fonte rica de pesquisa para futuros trabalhos, principalmente para confrontar resultados entre os modelos e avaliar critérios como convergência, custo computacional e tempo de simulações. Destaque para o modelo com operadores do tipo *play* e *stop*, com poucos trabalhos até então publicados associando tal modelo ao MEF para o cálculo de campos.

A implementação do modelo vetorial de histerese de JA junto a um *solver* que incorpora o método do fatiamento ao MEF em 2D, onde a máquina elétrica passa a ser representada não mais apenas por uma única seção transversal, mas por um conjunto de seções transversais ao longo de sua profundidade, é uma proposta natural de continuidade para este trabalho. Nesse caminho, o gerador de indução auto-excitado com barras inclinadas é um exemplo a ser explorado.

Com relação às publicações mais relevantes efetuadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, destacam-se:

PADILHA, J. B.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; BATISTELA, N. J. *Influence of Magnetic Hysteresis in the Analysis of an Electromagnetic Circuit by Finite Element Method*. Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications, vol. 14, p. 67-79, July 2015.

PADILHA, J. B.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; BATISTELA, N. J. *Vector Hysteresis Associated to FEM in a Self-Excited Induction Generator Modeling*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 52, n. 3, March 2016.

Além desses trabalhos, ao longo do doutorado, foram publicados mais quatro artigos: dois em conferências nacionais (MOMAG 2012 e 2014) e dois em conferências internacionais (COMPUMAG 2015). Futuramente, espera-se submeter dois artigos em congresso e/ou revista: um referente ao motor de histerese e um referente à restrição para a determinação dos parâmetros do modelo de JA.

Referências

- [1] BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-Estática*. Editora da UFSC, Florianópolis, 2004.
- [2] BERTOTI, G. *Dynamic Generalization of the Scalar Preisach Model of Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, p. 2599-2601, September 1992.
- [3] MAYERGOYZ, I. D. *The Classical Preisach Model of Hysteresis and Reversibility*. Journal of Applied Physics, vol. 69, n. 8, p. 4602-4604, April 1991.
- [4] MAYERGOYZ, I. D. *Dynamic Vector Preisach Models of Hysteresis*. Journal of Applied Physics, vol. 69, n. 8, p. 4829-4831, April 1991.
- [5] JILES, D. C.; ATHERTON, D. L. *Theory of Ferromagnetic Hysteresis (Invited)*. Journal of Applied Physics, vol. 55, n. 6, p. 2115-2120, March 1984.
- [6] LEITE, J. V.; SADOWSKI, N.; KUO-PENG, P.; BATISTELA, N. J.; BASTOS, J. P. A.; ESPÍNDOLA, A. A. *Inverse Jile-Atherton Vector Hysteresis Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, n. 4, p. 1769-1775, July 2004.
- [7] BOBBIO, S.; MIANO, G.; SERPICO, C.; VISIONE, C. *Models of Magnetic Hysteresis Based on Play and Stop Hysteron*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, n. 6, p. 4417-4425, November 1997.
- [8] MOSES, A. J. *Importance of Rotational Losses in Rotating Machines and Transformers*. Journal of Materials Engineering and Performance, vol. 1, n. 2, p. 235-244, April 1992.
- [9] LEITE, J. V. *Contribuição à Modelagem Vetorial da Histerese Magnética*. Dr. Sc., Tese, UFSC, Florianópolis, 2006.
- [10] OLIVEIRA, A. M. *Modelagem de Máquinas Elétricas e seus Respetivos Circuitos Elétricos Associados Utilizando o Método de Elementos Finitos 2D*. Dr. Sc., Tese, UFSC, Florianópolis, 2004.
- [11] OSSART, F.; MEUNIER, G. *Comparison between various Hysteresis Models and Experimental Data*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, n. 5, p. 2837-2839, September 1990.
- [12] BENABOU, A; CLÉNET, S.; PIRIOU, F. *Comparison of Preisach and Jiles-Atherton Models to Take into Account Hysteresis Phenomenon for Finite Element Analysis*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 261, p. 139-160, 2003.
- [13] CHWASTEK, K. *Modeling of Dynamic Hysteresis Loops Using the Jiles-Atherton Approach*. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, vol. 15, n. 1, p. 95-105, February 2009.

- [14] LI, W.; KIM, I. H.; JANG, S. M.; KOH, C. S. *Hysteresis Modeling for Electrical Steel Sheets Using Improved Vector Jiles-Atherton Hysteresis Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, n. 10, p. 3821-3824, October 2011.
- [15] CHIAMPI, M.; CHIARABAGLIO, D.; REPETTO, M. *A Jiles-Atherton and Fixed-Point Combined Technique for Time Periodic Magnetic Field Problems with Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, n. 6, p. 4306-4311, November 1995.
- [16] TOMS, H. L.; COLCLASER JR., R. G.; KREFTA, M. P. *Two-Dimensional Finite Element Magnetic Modeling for Scalar Hysteresis Effects*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 37, n. 2, p. 982-988, March 2001.
- [17] SADOWSKI, N.; BATISTELA, N. J.; BASTOS, J. P. A.; LAJOIE-MAZENC, M. *An Inverse Jiles-Atherton Model to Take into Account Hysteresis in Time-Stepping Finite-Element Calculations*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, n. 2, p. 797-800, March 2002.
- [18] GYSELINCK, J.; DULAR, P.; SADOWSKI, N.; LEITE, J. V.; BASTOS, J. P. A. *Incorporation of a Jiles-Atherton Vector Hysteresis Model in 2D FE Magnetic Field Computations*. COMPEL, vol. 23, n. 3, p. 685-693, 2004.
- [19] LEITE, J. V.; BENABOU, A.; SADOWSKI, N.; MENACH, Y.; CLENET, S.; SILVA JR., P. *Implementation of a Vector Hysteresis Model in 2D Finite Element Analysis: Study of a RSST with Anisotropic Sample*. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 28, p. 41-47, 2008.
- [20] LEITE, J. V.; BENABOU, A.; SADOWSKI, N.; LUZ, M. V. F. *Finite Element Three-Phase Transformer Modeling Taking into Account a Vector Hysteresis Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, n. 3, p. 1716-1719, March 2009.
- [21] LEITE, J. V.; BENABOU, A.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J. P. A.; CLÉNET, S.; PIRIOU, F. *Implementation of an Anisotropic Vector Hysteresis Model in a 3-D Finite-Element Code*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 44, n. 6, p. 918-921, June 2008.
- [22] LUZ, M. V. F.; LEITE, J. V.; BENABOU, A.; SADOWSKI, N. *Three-Phase Transformer Modeling Using a Vector Hysteresis Model and Including the Eddy Current and the Anomalous Losses*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, n. 8, p. 3201-3204, August 2010.
- [23] KORECKI, J.; BENABOU, A.; MENACH, Y. L.; PIRIOU, F.; DUCREUX, J. *Hysteresis Phenomenon Implementation in FIT: Validation with Measurements*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, n. 8, p. 3286-3289, August 2010.
- [24] BENABOU, A.; BOUAZIZ, L.; CLÉNET, S. *Modelling of a Hysteresis Motor Using the Jiles-Atherton Model*. The European Physical Journal Applied Physics, n. 29, p. 259-265, 2005.
- [25] LEONARD, P. J.; RODGER, D.; KARAGULAR, T.; COLES, P. C. *Finite Element Modelling of Magnetic Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, n. 3, p. 1801-1804, May 1995.

- [26] HONG, S.; KIM, H.; CHUN, J.; JUNG, H. *Finite Element Analysis in Electromagnetic System Considering Vector Hysteresis Characteristics*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, n. 2, p. 1604-1607, March 1997.
- [27] KIM, H.; HONG, S.; JUNG, H. *An Improved Finite Element Analysis of Magnetic System Considering Magnetic Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, n. 4, p. 689-692, July 2000.
- [28] KIM, H.; HONG, S.; JUNG, H. *Finite Element Analysis of Hysteresis Motor Using the Vector Magnetization-Dependent Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, n. 5, p. 3495-3498, September 1998.
- [29] KIM, S.; LEE, J.; LEE, J. *A Study on Hysteresis Analysis of Line Start Permanent Magnet Motor Using Preisach Modeling*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39, n. 5, p. 2543-2545, September 2003.
- [30] FALLAH, E.; MOGHANI, J. S. *A New Approach for Finite-Element Modeling of Hysteresis and Dynamic Effects*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, n. 11, p. 3674-3681, November 2006.
- [31] SAITZ, J. *Magnetic Field Analysis of Induction Motors Combining Preisach Hysteresis Modeling and Finite Element Techniques*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 37, n. 5, p. 3693-3697, September 2001.
- [32] AMOR, Y. O.; FÉLIACHI, M.; MOHELLEBI, H. *A New Convergence Procedure for the Finite Element Computing Associated to Preisach Hysteresis Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, n. 4, p. 1242-1245, July 2000.
- [33] WANG, X.; XIE, D. *Analysis of Induction Motor Using Field-Circuit Coupled Time-Periodic Finite Element Method Taking Account of Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, n. 3, p. 1740-1743, March 2009.
- [34] DUPRÉ, L. R.; KEER, R. V.; MELKEBEEK, J. A. A. *Complementary 2-D Finite Element Procedures for the Magnetic Field Analysis Using a Vector Hysteresis Model*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 42, p. 1005-1023, 1998.
- [35] BARBARICS, T.; GILÁNYI, A.; GYIMÓTHY, S.; IVÁNYI, A. *Problems of Preisach Model Applying in Finite Element Method*. Periodica Polytechnica Ser. El. Eng., vol. 38, n. 1, p. 5-16, 1994.
- [36] HONG, S.; KIM, H.; KIM, H.; JUNG, H. *Torque Calculation of Hysteresis Motor Using Vector Hysteresis Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, n. 4, p. 1932-1935, July 2000.
- [37] KIM, H.; JUNG, H.; HONG, S. *Finite Element Analysis of Hysteresis Motor Combined with Magnetization-Dependent Model*. IEEE, 1997.

- [38] MATSUO, T.; OSAKA, Y.; SHIMASAKI, M. *Eddy-Current Analysis Using Vector Hysteresis Models with Play and Stop Hysterons*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, n. 4, p. 1172-1175, July 2000.
- [39] ENOKIZONO, M.; YUKI, K.; KANAO, S. *Magnetic Field Analysis by Finite Element Method Taking Rotational Hysteresis into Account*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 30, n. 5, p. 3375-3378, September 1994.
- [40] BOTTAUSCIO, O.; CHIAMPI, M.; RAGUSA, C.; REGE, L.; REPETTO, M. *Description of TEAM Problem 32: A Test-Case for Validation of Magnetic Field Analysis with Vector Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, n. 2, p. 893-896, 2002.
- [41] PIPPURI, J.; ARKKIO, A. *Time-Harmonic Induction-Machine Model Including Hysteresis and Eddy Currents in Steel Laminations*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, n. 47, p. 2981-2989, July 2009.
- [42] PATSIOS, C.; TSAMPOURIS, E.; BENIAKAR, M.; ROVOLIS, P.; KLADAS, A. G. *Dynamic Finite Element Hysteresis Model for Iron Loss Calculation in Non-Oriented Grain Iron Laminations Under PWM Excitation*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, n. 5, p. 1130-1133, May 2011.
- [43] KIM, H.; HONG, S.; JUNG, H. *Analysis of Hysteresis Motor Using Finite Element Method and Magnetization-Dependent Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, n. 4, p. 685-688, July 2000.
- [44] DEL VECCHIO, R. M. *The Inclusion of Hysteresis Processes in a Special Class of Electromagnetic Finite Element Calculations*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 18, n. 1, p. 275-284, January 1982.
- [45] MURAMATSU, K.; TAKAHASHI, N.; NAKATA, T.; NAKANO, M.; EJIRI, Y.; TAKEHARA, J. *3-D Time-Periodic Finite Element Analysis of Magnetic Field in Non-Oriented Materials Taking into Account Hysteresis Characteristics*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, n. 2, p. 1584-1587, March 1997.
- [46] ENOKISONO, M.; TODAKA, T.; IKESHITA, K. *Calculation of Hysteresis Loss by Finite Element Method*. IEEE Translation Journal on Magnetics in Japan, vol. TJMJ-2, n. 12, p. 1113-1114, December 1987.
- [47] ZHU, J. G.; RAMSDEN, V. S. *Improved Formulations for Rotational Core Losses in Rotating Electrical Machines*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, n. 34, p. 2234-2242, July 1998.
- [48] SANDE, H. V.; BOONEN, T.; PODOLEANU, I.; HENROTTE, F.; HAMEYER, K. *Simulation of a Three-Phase Transformer Using an Improved Anisotropy Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, n. 2, p. 850-855, March 2004.
- [49] WAKUI, G.; KURIHARA, K.; KUBOTA, T. *Radial Flux Type Hysteresis Motor with Reaction Torque-Numerical Analysis of Hysteresis Motor Using Finite Element Method*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 23, n. 5, p. 3845-3852, September 1987.

- [50] ZHANG, Y.; LI, Y.; LIU, Y.; XIE, D.; KOH, C. S. *Finite Element Analysis of Induction Motor Core Considering Rotating Magnetization in Electrical Steel Sheets*. Electromagnetic Field Problems and Applications (ICEF), 2012 Sixth International Conference on. Publisher: IEEE, 2012.
- [51] GYSELINCK, J.; DULAR, P.; VANDEVELDE, L.; MELKEBEEK, J.; OLIVEIRA, A. M.; KUO-PENG, P. *Two-dimensional Harmonic Balance Finite Element Modelling of Electrical Machines Taking Motion into Account*. The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, vol. 22, n. 4, p. 1021-1036, 2003.
- [52] NAKATA, T.; TAKAHASHI, N.; KAWASWE, Y. *Finite Element Analysis of Magnetic Fields Taking into Account Hysteresis Characteristics*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 21, n. 5, p. 1856-1858, September 1985.
- [53] YOON, H.; SONG, M.; KIM, I.; SHIN, P. S.; KOH, C. S. *Accuracy Improved Dynamic E&S Vector Hysteresis Model and its Application to Analysis of Iron Loss Distribution in a Three-Phase Induction Motor*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, n. 2, p. 887-890, February 2012.
- [54] RIGHI, L. A.; SADOWSKI, N.; CARLSON, R.; BASTOS, J. P. A.; BATISTELA, N. J. A *New Approach for Iron Losses Calculation in Voltage Fed Time Stepping Finite Elements*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 37, n. 5, p. 3353-3356, September 2001.
- [55] REPETTO, M.; UZUNOV, P. *Analysis of Hysteresis Motor Starting Torque Using Finite Element Method and Scalar Static Hysteresis Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 49, n. 5, p. 2405-2408, May 2013.
- [56] CHEVALIER, T.; LEBOUK-KEDOUS, A.; CORNUT, B.; CESTER, C. *Estimation of Magnetic Loss in a Induction Motor Fed with Sinusoidal Supply Using a Finite Element Software and a New Approach to Dynamic Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, n. 5, p. 3400-3402, September 1999.
- [57] PIRIOU, F.; RAZEK, A. *Finite Element Analysis in Electromagnetic Systems Accounting for Electric Circuits*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, n. 2, p. 1669-1675, March 1993.
- [58] KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; BASTOS, J. P. A.; CARLSON, R.; BATISTELA, N. J. A *General Method for Coupling Static Converters with Electromagnetic Structures*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, n. 2, p. 2004-2009, March 1997.
- [59] BASTOS, J. P. A.; SADOWSKI, N. *Electromagnetic Modeling by Finite Elements*. New York, USA: Marcel Dekker, 2003.
- [60] WILSON, P. R.; ROSS, J. N.; BROWN A. D. *Optimizing the Jiles-Atherton Model of Hysteresis by Genetic Algorithm*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 37, n. 2, p. 989-993, March 2001.

- [61] LEITE, J. V.; AVILA, S.; BATISTELA N. J.; CARPES JR, W.; SADOWSKI, N.; KUO-PENG, P.; BASTOS, J. P. A. *Real Code Genetic Algorithm for Jiles-Atherton Model Parameters Identification*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, n. 2, p. 888-891, March 2004.
- [62] BERGQVIST, A. J. *A Simple Vector Generalization of the Jiles-Atherton Model of Hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, n. 5, p. 4213-4215, September 1996.
- [63] BASTOS, J. P. A. *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. 3ª edição revisada. Editora da UFSC, Florianópolis, 1996.
- [64] TUDORACHE, T.; MELESCU, L.; PATURACA, S. V. *Finite Element Analysis of Self-Excited Induction Generator for Isolated Small Power Wind Turbines*. Clean Electrical Power, International Conference on. Publisher: IEEE, 2007.
- [65] CHAN, T. F.; LAI, L. L.; YAN, L. *Finite Element Analysis of a Single-Phase Grid-Connected Induction Generator With the Steinmetz Connection*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, n. 2, p. 321-329, June 2003.
- [66] BRULÉ, S.; TOUNZI A.; PIRIOU, F. *Numerical Modeling of an Unbalanced Short Shunt Induction Generator using Finite Element Method*. COMPEL, vol. 19, n. 3, p. 787-804, 2000.
- [67] JAIN, S K.; SHARMA, J. D.; SINGH, S. P. *Transient Performance of Three-Phase Self-Excited Induction Generator During Balanced and Unbalanced Faults*. IEEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, vol. 149, n. 1, p. 50-57, January 2002.
- [68] IDJDARENE, K.; REKIOUA, D.; REKIOUA, T.; TOUNZI, A. *Vector Control of Autonomous Induction Generator Taking Saturation Effect into Account*. Energy Conversion and Management, vol. 49, p. 2609-2617, 2008.
- [69] MAHATO, S. N.; SINGH, S. P.; SHARMA, M. P. *Excitation Capacitance Required for Self Excited Single Phase Induction Generator Using Three Phase Machine*. Energy Conversion and Management, vol. 49, p. 1126-1133, 2008.
- [70] NESBA, A.; IBTIOUEN, R.; TOUHAMI, O. *Dynamic Performances of Self-Excited Induction Generator Feeding Different Static Loads*. Serbian Journal of Electrical Engineering, vol. 3, n. 1, p. 63-76, June 2006.
- [71] PADILHA, J. B.; KUO-PENG, P.; SADOWSKI, N.; BATISTELA, N. J. *Metodologia para a Determinação das Capacitâncias de Auto-excitação de Geradores de Indução*. 14º SBMO – Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica e 9º CBMag – Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, Vila Velha/ES, Anais de Congresso, vol. 1, p. 968-973, 2010.

- [72] NIASAR, A. H.; ZARE, M.; TOUHAMI, O. *Dynamic Modeling and Simulation of a Super-High-Speed Circumferential-Flux Hysteresis Motor*. Hindawi Publishing Corporation: Journal of Engineering, vol. 2013, 7 pages.
- [73] MIRIMANI, S. M.; VAHEDI, A.; GHAZANCHAEI, M. R.; BAKTASH, A. *Electromagnetic Analysis of Hysteresis Synchronous Motor Based on Complex Permeability Concept*. Iranian Journal of Electrical & Electronic Engineering, vol. 9, n. 2, p. 88-93, June 2013.
- [74] CHAPMAN, S. J. *Fundamentos de Máquinas Elétricas*. tradução: Anatólio Laschuk, 5ª edição, Porto Alegre: AMGH, 2013.
- [75] Apêndice C, Análise Tensorial. Disponível em: <<http://www.fem.unicamp.br/~em421/semII-1999/textos/tensor.pdf>>. Último acesso: 15 Dez. 2015.
- [76] BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. *Dynamics of Polymeric Liquids*. Volume 1: Fluid Mechanics, Second Edition, New York: John Wiley & Sons, 1987.
- [77] HOFFMANN, K. *Inclusão de um Modelo Vetorial de Histerese no Sistema FEECAD Utilizando a Formulação da Permeabilidade Diferencial*. Me. Sc., Dissertação, UFSC, Florianópolis, 2013.
- [78] KRAUSE, P. C.; WASYNZUK, O.; SUDHOFF, S. D. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. 2. ed. IEEE Press Series on Power Engineering, 2002.

APÊNDICE A1: Importância das derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex}

O objetivo deste anexo é apresentar a importância em considerar as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} no modelo vetorial de JA. LI, KIM *et al.* [14] apenas descrevem uma melhora no modelo caso tais derivadas sejam consideradas, mas não abordam a necessidade teórica e matemática que será aqui apresentada.

Considerando um material isotrópico, submetido a uma indução magnética puramente alternada, o modelo vetorial deve ser capaz de reproduzir o mesmo laço de histerese resultante, independente da direção da excitação. No entanto, é observado que isso não ocorre caso as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} sejam consideradas nulas, como será a seguir demonstrado.

Primeiramente, assumindo-se as seguintes excitações alternadas:

$$\begin{aligned} B_{x1} &= B \operatorname{sen}(2\pi t) \quad [T] \\ B_{y1} &= 0 \end{aligned} \quad (A1.1)$$

$$B_{r1} = B \operatorname{sen}(2\pi t) \quad [T] \rightarrow \text{na direção do eixo } x$$

$$\begin{aligned} B_{x2} &= (B/\sqrt{2}) \operatorname{sen}(2\pi t) \quad [T] \\ B_{y2} &= (B/\sqrt{2}) \operatorname{sen}(2\pi t) \quad [T] \end{aligned} \quad (A1.2)$$

$$B_{r2} = B \operatorname{sen}(2\pi t) \quad [T] \rightarrow 45^\circ \text{ deslocada em relação à } x$$

E dois materiais isotrópicos hipotéticos:

Tabela A1.1 – Parâmetros dos materiais isotrópicos considerados.

	material 1	material 2
M_s	$1,67 \times 10^6 \text{ A/m}$	$1,31 \times 10^6 \text{ A/m}$
k	82 A/m	292 A/m
c	$0,10$	$0,65$
a	50 A/m	173 A/m
α	$49,07 \times 10^{-6}$	$341,00 \times 10^{-6}$

As Figuras A1.1 e A1.2 ilustram os resultados obtidos para o material 1, considerando as excitações descritas nas equações (A1.1) e (A1.2). Para a Figura A1.1, desconsiderou-se as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} , para a Figura A1.2, as mesmas foram consideradas.

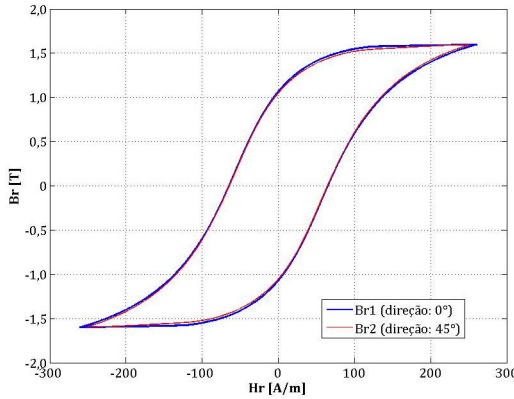


Figura A1.1 – Laços de histerese para o material 1, desconsiderando as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} .

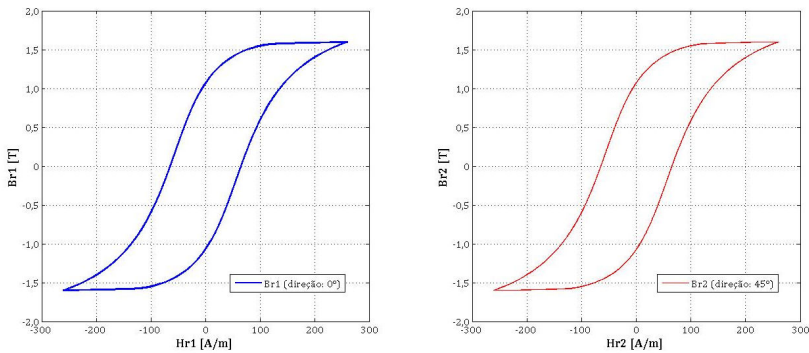


Figura A1.2 – Laços de histerese para o material 1, considerando as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} .

Cabe destacar que os parâmetros para o material 1 são os mesmos descritos em [6] e o resultado apresentado na respectiva referência está de acordo com a Figura A1.1. Observa-se que para tal material, ao considerar nulas as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} , o laço de histerese resultante é praticamente o mesmo independente da direção da excitação, embora, por teoria, deveriam ser exatamente iguais, conforme Figura A1.2, onde os laços são apresentados em gráficos diferentes, uma vez que estariam sobrepostos e não seria possível distingui-los em um único gráfico.

A importância em considerar as derivadas parciais das funções anisteréticas se torna evidente para o conjunto de parâmetros do material 2, conforme ilustrado pelas Figuras A1.3 e A1.4. Conforme Figura A1.3, o modelo vetorial foi incapaz de reproduzir o mesmo laço de histerese para a excitação defasada em 45° no espaço quando assume-se como nulas dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} . Por outro lado, quando tais derivadas são consideradas, os laços obtidos são exatamente os mesmos, independente da direção da excitação.

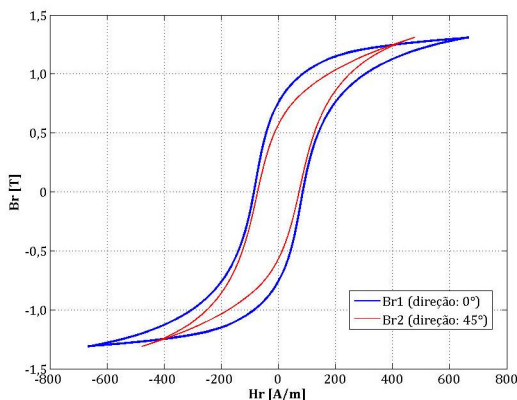


Figura A1.3 – Laços de histerese para o material 2, desconsiderando as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} .

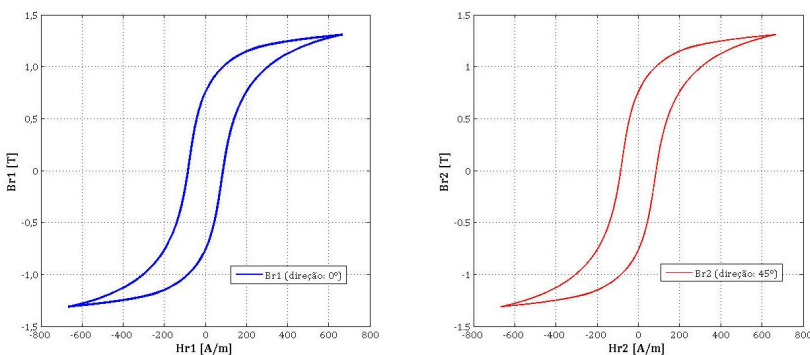


Figura A1.4 – Laços de histerese para o material 2, considerando as derivadas parciais dM_{anx}/dH_{ey} e dM_{any}/dH_{ex} .

APÊNDICE A2: Modelo vetorial inverso de JA em MATLAB

```
%-----%
%          UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC          %
%  GRUPO DE CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE DISPOSITIVOS ELETROMAGNÉTICOS - GRUCAD  %
%  %                                                                    %
%  Implementação do Modelo Vetorial Inverso de Jiles-Atherton          %
%  %                                                                    %
%  Desenvolvido por: Juliano Bitencourt Padilha                      %
%  Email: julianopadilha@gmail.com                                    %
%  Data: 15/10/2014                                                  %
%-----%

clc
clear

%definição de algumas variáveis
dt=5e-5; %passo de tempo
nit=2000; %número de iterações
u0=4*pi*1e-7; %permeabilidade magnética do ar
erro=1e-20; %erro (variável auxiliar)

%definições dos parâmetros do modelo, considerando um material anisotrópico
%parâmetros na direção do eixo x
Msx=1.31e+6;
kx=291.89;
cx=646.5e-3;
ax=173.45;
alfax=341.0e-6;
%parâmetros na direção do eixo y
Msy=1.309e+6;
ky=205.64;
cy=611.5e-3;
ay=80.95;
alfay=147.0e-6;

%inicializando os valores das induções e dos campos
Bx_ant=0;
By_ant=0;
Hx_ant=0;
Hy_ant=0;

%loop relativo a implementação do modelo
for i=1:nit

%induções magnéticas (variáveis de entrada do modelo inverso)
Bx=1*cos(2*pi*60*dt*(i-1));
By=1*sin(2*pi*60*dt*(i-1));

%magnetizações
Mx_ant=Bx_ant/u0-Hx_ant;
My_ant=By_ant/u0-Hy_ant;

%variações das induções
dBx=Bx-Bx_ant;
dBy=By-By_ant;

%campos efetivos
Hex=Hx_ant+alfax*Mx_ant;
Hey=Hy_ant+alfay*My_ant;
```

```

if abs(Hex)<erro
if sign(Hex)~=0
Hex=sign(Hex)*erro;
else Hex=erro;
end
end
if abs(Hey)<erro
if sign(Hey)~=0
Hey=sign(Hey)*erro;
else Hey=erro;
end
end

%campo efetivo resultante
He=sqrt(Hex^2+Hey^2);

%variáveis auxiliares
arg1=abs(He/ax);
arg2=abs(He/ay);

%magnetizações anisteréticas
if (arg1 <= 0.1)
    Manx=Msx*(He/(3*ax))*(Hex/He);
else
    Manx=Msx*(1/tanh(He/ax)-ax/He)*(Hex/He);
end

if (arg2 <= 0.1)
    Many=Msy*(He/(3*ay))*(Hey/He);
else
    Many=Msy*(1/tanh(He/ay)-ay/He)*(Hey/He);
end

%derivadas das funções anisteréticas
if (arg1 <= 0.1)
    dManx_x=Msx/(3*ax);
    dManx_y=0;
else
    dManx_x=(Msx/ax)*((1-(1/tanh(He/ax))^2)+(ax/He)^2)...
        *((Hex^2)/(He^2))+Msx*((1/tanh(He/ax))-(ax/He))...
        *((1/He)-(Hex^2)/(He^3));
    dManx_y=(Msx/ax)*(1-(1/tanh(He/ax))^2+(ax/He)^2)*(Hex*Hey/He^2)+...
        Msx*(1/tanh(He/ax)-ax/He)*(-Hex*Hey/He^3);
end

if (arg2 <= 0.1)
    dMany_y=Msy/(3*ay);
    dMany_x=0;
else
    dMany_y=(Msy/ay)*((1-(1/tanh(He/ay))^2)+(ay/He)^2)...
        *((Hey^2)/(He^2))+Msy*((1/tanh(He/ay))-(ay/He))...
        *((1/He)-(Hey^2)/(He^3));
    dMany_x=(Msy/ay)*(1-(1/tanh(He/ay))^2+(ay/He)^2)*(Hex*Hey/He^2)+...
        Msy*(1/tanh(He/ay)-ay/He)*(-Hex*Hey/He^3);
end

epxx=dManx_x;
epxy=dManx_y;
epyx=dMany_x;
epyy=dMany_y;

```

```

xfx=(1/kx)*(Manx-Mx_ant);
xfy=(1/ky)*(Many-My_ant);
xf=sqrt(xfx^2+xfy^2);

nx=xfx*xfx/xf;
ny=xfy*xfy/xf;
nxy=xfx*xfy/xf;
nyx=xfy*xfx/xf;

aux=(xfx*dBx+xfy*dBy)/u0;

if aux>0
w1=1+(1-alfax)*nx+(1-alfax)*cx*epxx;
w2=(1-alfay)*nxy+(1-alfay)*cx*epxy;
w3=(1-alfax)*nyx+(1-alfax)*cy*epyx;
w4=1+(1-alfay)*ny+(1-alfay)*cy*epyy;
z1=nx+cx*epxx;
z2=nxy+cx*epxy;
z3=nyx+cy*epyx;
z4=ny+cy*epyy;
detl=w1*w4-w2*w3;

if detl==0
detl=erro;
end

dMx_dBx=(1/(u0*detl))*(w4*z1-w2*z3);
dMx_dBy=(1/(u0*detl))*(w4*z2-w2*z4);
dMy_dBx=(1/(u0*detl))*(-w3*z1+w1*z3);
dMy_dBy=(1/(u0*detl))*(-w3*z2+w1*z4);
end

if aux<=0
w1=1+(1-alfax)*cx*epxx;
w2=(1-alfay)*cx*epxy;
w3=(1-alfax)*cy*epyx;
w4=1+(1-alfay)*cy*epyy;
z1=cx*epxx;
z2=cx*epxy;
z3=cy*epyx;
z4=cy*epyy;
detl=w1*w4-w2*w3;

if detl==0
detl=erro;
end

dMx_dBx=(1/(u0*detl))*(w4*z1-w2*z3);
dMx_dBy=(1/(u0*detl))*(w4*z2-w2*z4);
dMy_dBx=(1/(u0*detl))*(-w3*z1+w1*z3);
dMy_dBy=(1/(u0*detl))*(-w3*z2+w1*z4);
end

%variações das magnetizações
dMx=(dMx_dBx*dBx+dMx_dBy*dBy);
dMy=(dMy_dBx*dBx+dMy_dBy*dBy);

%atualização das magnetizações
Mx=Mx_ant+dMx;
My=My_ant+dMy;

```

```
%cálculo dos campos magnéticos
Hx=Bx/u0-Mx;
Hy=By/u0-My;

dHx_dBx=(1/u0)-dMx_dBx; %=v11
dHx_dBy=-dMx_dBy; %=v12
dHy_dBx=-dMy_dBx; %=v21
dHy_dBy=(1/u0)-dMy_dBy; %=v22

%salvando as variáveis a serem utilizadas na próxima iteração.
Bx_ant=Bx;
By_ant=By;
Hx_ant=Hx;
Hy_ant=Hy;
Mx_ant=Mx;
My_ant=My;

%salvando os valores das induções e dos campos
Bx_aux(i)=Bx;
By_aux(i)=By;
Hx_aux(i)=Hx;
Hy_aux(i)=Hy;

end

%plotando os resultados obtidos (laços de histerese)
figure (1)
plot (Hx_aux,Bx_aux)

figure (2)
plot (Hy_aux,By_aux)
```

APÊNDICE A3: Tensores

O termo tensor pode ser entendido como sinônimo de transformação linear de Ω em Ω . Logo, um tensor \mathbf{T} é uma transformação linear que associa a cada vetor \mathbf{u} outro vetor \mathbf{v} através da operação [75]:

$$\mathbf{v} = \mathbf{T}\mathbf{u} \quad (\text{A3.1})$$

Assim, para qualquer $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \Omega$, tem-se:

$$\mathbf{T}(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = \mathbf{T}\mathbf{u} + \mathbf{T}\mathbf{v} \quad \forall \mathbf{u}, \mathbf{v} \in \Omega \quad (\text{A3.2})$$

$$\mathbf{T}(\alpha \mathbf{v}) = \alpha \mathbf{T}\mathbf{v} \quad \forall \mathbf{v} \in \Omega, \forall \alpha \in \mathfrak{R} \quad (\text{A3.3})$$

De forma geral, dados os vetores $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n$ e os escalares $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ as relações anteriores podem ser resumidas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\alpha_1 \mathbf{u}_1 + \alpha_2 \mathbf{u}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{u}_n) \\ = \alpha_1 \mathbf{T}\mathbf{u}_1 + \alpha_2 \mathbf{T}\mathbf{u}_2 + \dots + \alpha_n \mathbf{T}\mathbf{u}_n \\ = \mathbf{T}(\alpha_i \mathbf{u}_i) = \alpha_i \mathbf{T}\mathbf{u}_i \end{aligned} \quad (\text{A3.4})$$

O conjunto de todos os tensores forma o espaço vetorial, aqui denominado como **Lin**, se a adição e a multiplicação por escalar forem definidas ponto a ponto, ou seja, $\mathbf{S} + \mathbf{T}$ e $\alpha \mathbf{S}$ ($\alpha \in \mathfrak{R}$) são tensores definidos por:

$$(\mathbf{S} + \mathbf{T})\mathbf{v} = \mathbf{S}\mathbf{v} + \mathbf{T}\mathbf{v} \quad (\text{A3.5})$$

$$(\alpha \mathbf{S})\mathbf{v} = \alpha(\mathbf{S}\mathbf{v}) \quad (\text{A3.6})$$

A forma com o qual se definiu o conceito de tensor, acima, permite que se faça uma associação entre tensores e matrizes. Dessa maneira, as operações matriciais equivalentes às duas últimas operações tensoriais são, respectivamente, a soma e o produto por escalar usualmente conhecidos do estudo de matrizes.

Componentes de um tensor

Considerando um vetor \mathbf{u} e uma base ortogonal qualquer $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$, as componentes desse vetor em relação a essa base são

dadas por:

$$u_i = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u} \rightarrow \begin{cases} u_1 = \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{u} \\ u_2 = \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{u} \\ u_3 = \mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{u} \end{cases} \quad (\text{A3.7})$$

A representação do vetor \mathbf{u} pode ser expressa pela soma de suas componentes nas direções de \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 e \mathbf{e}_3 :

$$\mathbf{u} = u_1 \mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{e}_3 = u_i \mathbf{e}_i \quad (\text{A3.8})$$

Aplicando o tensor \mathbf{T} ao vetor \mathbf{u} , tem-se outro vetor $\mathbf{v} = \mathbf{T}\mathbf{u}$ que, pela linearidade de \mathbf{T} , pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = \mathbf{T}\mathbf{u} &= \mathbf{T}(u_1 \mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{e}_3) \\ &= u_1 \mathbf{T}\mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{T}\mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{T}\mathbf{e}_3 = u_i \mathbf{T}\mathbf{e}_i \end{aligned} \quad (\text{A3.9})$$

As componentes do vetor \mathbf{v} , na base ortogonal definida, são dadas por (similarmente as relações em (A3.7)):

$$\begin{cases} v_1 = \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{v} \\ v_2 = \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{v} \\ v_3 = \mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{v} \end{cases} \quad (\text{A3.10})$$

Substituindo (A3.9) ($\mathbf{v} = u_1 \mathbf{T}\mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{T}\mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{T}\mathbf{e}_3$) nas relações expressas em (A3.10):

$$\begin{aligned} v_1 &= u_1 \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_3 \\ v_2 &= u_1 \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_3 \\ v_3 &= u_1 \mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_1 + u_2 \mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_2 + u_3 \mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_3 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{aligned}} \right\} \rightarrow v_i \quad (\text{A3.11})$$

$$= u_j \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_j$$

De forma geral, é possível definir T_{ij} como sendo as componentes do tensor \mathbf{T} , dadas por:

$$T_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{T}\mathbf{e}_j \quad (\text{A3.12})$$

Considerando (A3.12), as componentes vetoriais relativas à (A3.1) podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} v_1 &= T_{11}u_1 + T_{12}u_2 + T_{13}u_3 \\ v_2 &= T_{21}u_1 + T_{22}u_2 + T_{23}u_3 \\ v_3 &= T_{31}u_1 + T_{32}u_2 + T_{33}u_3 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{aligned}} \right\} \rightarrow v_i = T_{ij}u_j \quad (\text{A3.13})$$

Representando (A3.13) na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A3.14})$$

Logo, observa-se que aplicar um tensor \mathbf{T} a um vetor \mathbf{u} , significa multiplicar esse vetor pela matriz associada $[T]$.

Quando um vetor \mathbf{u} é multiplicado por um escalar, o vetor resultante da multiplicação aponta na mesma direção que \mathbf{u} , mas apresenta módulo diferente. No entanto, quando o produto vetorial entre \mathbf{T} e \mathbf{u} é realizado, o vetor resultante $\mathbf{T}\mathbf{u}$, difere de \mathbf{u} tanto no módulo quanto na direção, logo, o tensor \mathbf{T} “deflete” ou “torce” o vetor \mathbf{u} para formar um novo vetor que aponta em uma direção diferente da direção original de \mathbf{u} [76].

APÊNDICE A4: Equações dos condutores

Os condutores presentes no domínio de cálculo podem ser classificados como maciços (ou espessos) ou finos (ou multifilares). Essa classificação leva em consideração a seção transversal dos condutores e a frequência dos fenômenos presentes.

Condutores maciços

Os condutores maciços (ver Figura A4.1) possuem dimensões suficientemente grandes em relação às frequências dos fenômenos presentes e é considerada uma distribuição irregular da corrente elétrica através de sua seção transversal devido ao efeito pelicular.

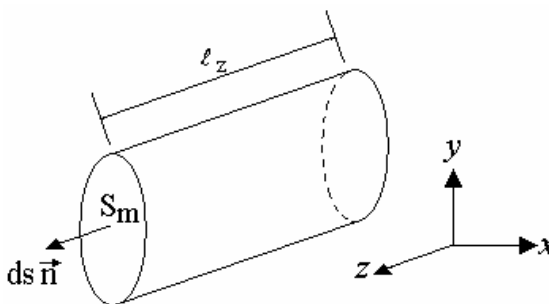


Figura A4.1 – Condutor maciço (OLIVEIRA [10]).

A força eletromotriz em um condutor maciço é definida pela equação:

$$U_m = R_m I_m + R_m \iint_{S_m} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (\text{A4.1})$$

Por (A4.1) observa-se que a corrente total que atravessa o condutor pode ser separada em duas parcelas: a primeira, uniformemente distribuída ao longo da seção transversal do condutor e a segunda, relativa às correntes induzidas no condutor.

Condutores finos

Os condutores finos possuem dimensões reduzidas, sendo a corrente elétrica que os atravessa considerada uniformemente distribuída ao longo de sua seção transversal. São formados por N_{co} condutores conectados em série (ver Figura A4.2), todos com seção suficientemente pequena para evitar o efeito pelicular, constituindo as espiras de uma bobina.

A força eletromotriz no conjunto dos condutores finos é definida pela equação:

$$U_f = R_f I_f + N_{co} \frac{l_z}{S_f} \iint_{S_f} \frac{\partial A}{\partial t} ds \quad (A4.2)$$

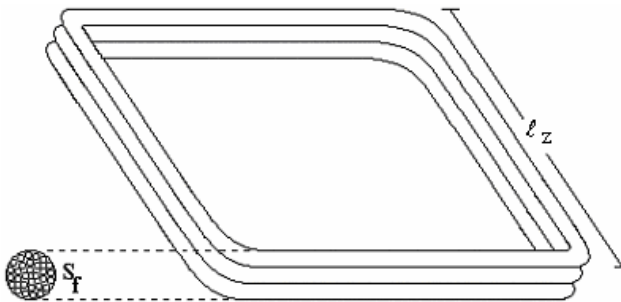


Figura A4.2 – Conjunto de condutores finos (OLIVEIRA [10]).

APÊNDICE A5: Condições de contorno

De modo a simular um domínio limitado do espaço na qual os dispositivos eletromagnéticos estão inseridos, a imposição de condições de contorno nos limites do domínio de estudo se faz necessária.

Logo, neste trabalho, consideraram-se três tipos de condições de contorno: Dirichlet, Neumann e de Periodicidade.

Condições de Dirichlet

Em toda a fronteira Γ_1 , o potencial vetor magnético é imposto como condição de contorno, assumindo um valor conhecido, fixo e constante, igual a A_1 .

$$\frac{\partial A}{\partial \Gamma_1} = 0 \quad (\text{A5.1})$$

Condições de Neumann

Neste caso, o potencial vetor magnético não é conhecido sobre a fronteira Γ_2 , e sim conhecido o fluxo que a atravessa. Em toda essa fronteira tem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial \Gamma_2} = q \quad (\text{A5.2})$$

Geralmente, em problemas do eletromagnetismo, q é nulo.

Condições de Periodicidade

Alguns problemas têm geometrias compostas por subdomínios que se repetem ao longo de toda a geometria. Essa é uma característica comum em máquinas elétricas girantes, onde normalmente um pólo ou um par de pólos da máquina representa

um subdomínio. Se as grandezas vetoriais conservam seus sentidos em subdomínios vizinhos, o problema é classificado como periódico. Caso contrário, se existe uma mudança de sentido de todas as grandezas vetoriais presentes, o mesmo é classificado como anti-periódico.

A identificação de periodicidade permite reduzir o domínio de cálculo para apenas um subdomínio, uma vez que todo o domínio original é representado com o auxílio das condições de periodicidade. Em casos periódicos, essa condição impõe potenciais com valores iguais às fronteiras que delimitam a porção periódica. Em casos antiperiódicos, ela impõe potenciais simétricos, ou seja, iguais em módulo, porém de sinais contrários, às fronteiras que delimitam a porção antiperiódica (ver Figura A5.1).

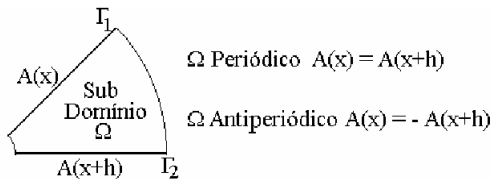


Figura A5.1 – Condições de (anti)periodicidade (OLIVEIRA [10]).

APÊNDICE A6: Método da banda de movimento

Neste método (ver Figura A6.1), ao estator da máquina é associado um referencial fixo, enquanto ao rotor, um referencial móvel. O entreferro é discretizado em elementos retangulares regulares, em detrimento de elementos triangulares, possibilitando deslocamentos angulares de tamanhos variados e uma melhora na precisão dos resultados [10][59].

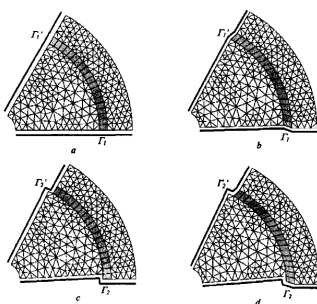


Figura A6.1 – Método da banda de movimento (BASTOS e SADOWSKI [59]).

A implementação e o princípio do método é baseada na alocação dinâmica das condições de (anti)periodicidade. Considere a posição inicial apresentada na Figura A6.1(a), onde Γ_1 e Γ_1' são fronteiras (anti)periódicas. À medida que ocorre deslocamento angular, os elementos da banda de movimento são deformados, como indica a Figura A6.1(b). Isso implica na redefinição de nós/elementos pertencentes a banda e movimento, que deveriam ser avaliados em todas as posições. Além disso, como mostra a Figura A6.1(c), novos nós são criados nos contornos. Esses nós adicionais não são considerados na resolução do sistema, uma vez que são associados às condições de (anti)periodicidade em nós correspondentes localizados no novo contorno Γ_2' .

A recentragem do rotor ocorre sempre que seu ângulo de rotação ultrapassa o ângulo do subdomínio (anti)periódico. Nesse momento alguns cuidados adicionais devem ser observados nos casos antiperiódicos, pois a recentragem, nesses casos, acarreta numa mudança dos sinais das fontes presentes no rotor, bem como das contribuições vindas do passo de cálculo anterior [10].

APÊNDICE A7: Tensor de Maxwell

O método consiste na integração do tensor de Maxwell ao longo de uma superfície preenchida por um material com permeabilidade igual a μ_0 .

Uma camada de elementos retangulares é definida na região do entreferro, formando um arco acima do arco determinado pelos elementos da banda de movimento (ver Figura A7.1). Esse posicionamento permite a definição de uma superfície de integração uma única vez, no primeiro instante de avaliação da malha da estrutura, pois a mesma pertence à região fixa do domínio. Cabe salientar que devido à deformação da banda de movimento, não é recomendado sua utilização como superfície de integração, de modo a se evitar possíveis ruídos numéricos no cálculo do torque [10].



Figura A7.1 – Localização da superfície de integração (OLIVEIRA [10]).

Na análise bidimensional, a superfície de integração se reduz a uma linha localizada no meio da segunda camada de elementos retangulares. Dois conjuntos de pontos de cálculo são formados sobre esta linha de integração. O primeiro (ver Figura A7.2) é formado pelos pontos médio das laterais do elemento e o ponto médio de uma de suas diagonais, determinando o torque T_{em1} . Já o segundo (ver Figura A7.3) é formado pelos pontos médio das laterais e o ponto médio de sua outra diagonal, determinando o torque T_{em2} . Ambos os torques são computados pela equação (3.26).

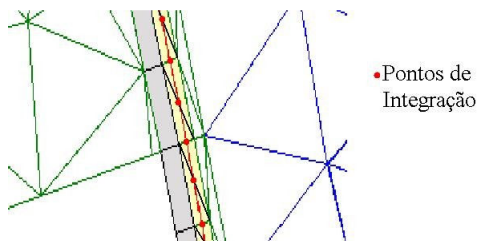


Figura A7.2 – Primeiro conjunto de pontos (OLIVEIRA [10]).

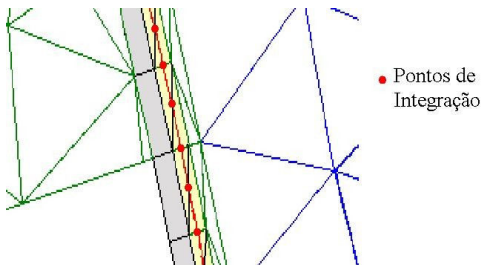


Figura A7.3 – Segundo conjunto de pontos (OLIVEIRA [10]).

Por fim, o torque final é calculado como a média aritmética entre os dois torques definidos por cada um desses conjuntos de pontos, ou seja:

$$T_{em} = \frac{T_{em1} + T_{em2}}{2} \quad (A7.1)$$

APÊNDICE A8: Estratégia para a discretização do modelo vetorial de JA em um código de elementos finitos

Como já exposto no Capítulo 3, para garantir a estabilidade do modelo vetorial JA e assim a convergência do sistema não-linear proveniente do MEF, pode ser necessária uma elevada quantidade de pontos por ciclo de excitação.

Durante este trabalho, observou-se que para baixos níveis de indução a quantidade de pontos para representar perfeitamente a curva de histerese é menor do que a necessária para níveis mais elevados. Logo, o valor de n presente no diagrama apresentado na Figura 3.5 pode ser variável de acordo a indução na qual o elemento está submetido no cálculo pelo MEF.

Uma estratégia é determinar o valor de n em função do módulo de \mathbf{B} , conforme a seguinte equação sugerida:

$$n = \text{inteiro}(a_1 \cdot |\mathbf{B}|^{a_2}) + a_3 \quad (\text{A8.1})$$

onde a_1 , a_2 e a_3 são três constantes positivas. À medida que a discretização temporal no código de elementos finitos diminui (menor Δt), as três constantes podem diminuir, caso contrário, devem aumentar. Um limite para o valor de n também pode ser estipulado.

Assumindo que um elemento esteja submetido à seguinte indução magnética alternada (direção de 45° em relação ao eixo x):

$$\begin{aligned} B_x &= 1,10 \, \text{sen}(2\pi ft) \quad [T] \\ B_y &= 1,10 \, \text{sen}(2\pi ft) \quad [T] \end{aligned} \quad (\text{A8.2})$$

$$|\mathbf{B}| = \sqrt{(B_x^2 + B_y^2)}$$

Considerando $a_1 = 3$, $a_2 = 4$ e $a_3 = 10$, os valores de n em comparação ao módulo de \mathbf{B} podem ser observados na Figura A8.1.

Por exemplo, se em um dado intervalo de tempo $B_x = 1,00$ T e $B_y = 1,00$ T, tem-se que o módulo de \mathbf{B} é igual a 1,41 T, e conforme (A8.1) e/ou Figura A8.1, n igual a 22.

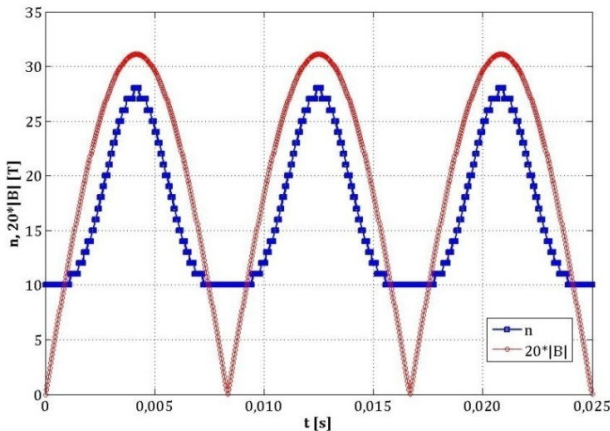


Figura A8.1 – Exemplo de valores de n de acordo com o módulo da indução magnética.

Assumindo 480 pontos por período, os parâmetros apresentados na Tabela 4.1 e a excitação descrita em (A8.2), analisou-se a evolução do primeiro termo da diagonal principal do tensor de relatividade diferencial, v_{11} , considerando os seguintes casos:

- a) não uso da estratégia aqui apresentada;
- b) uso da estratégia aqui apresentada.

Pela Figura A8.2, observa-se que v_{11} apresenta uma região com uma grande variação, o que pode prejudicar a convergência do sistema não-linear. Nessa região a indução assume valor máximo e logo começa a diminuir. Para o segundo caso, v_{11} comportou-se da mesma maneira. Logo, a estratégia proposta não foi capaz de contornar este inconveniente inerente ao tensor. Problemas dessa natureza também são relatados por HOFFMANN [77], onde o autor destaca que esse assunto continua sendo objeto de estudo.

Essa grande variação não é observada para fluxos rotacionais, onde a evolução do termo v_{11} é apresentada pela Figura A8.3 para a seguinte excitação:

$$\begin{aligned}
 B_x &= 1,56 \sin(2\pi ft) \quad [T] \\
 B_y &= 1,56 \sin(2\pi ft) \quad [T] \\
 |\mathbf{B}| &= 1,57 \, T
 \end{aligned}
 \tag{A8.3}$$

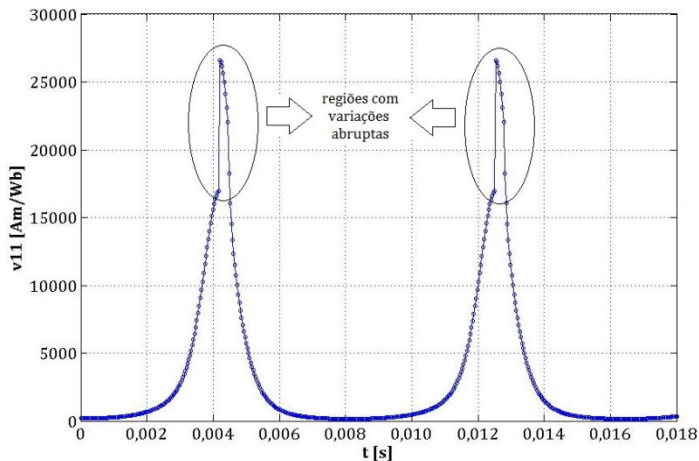


Figura A8.2 – Evolução de v_{11} para uma excitação alternada, conforme descrita pela equação (A8.2).

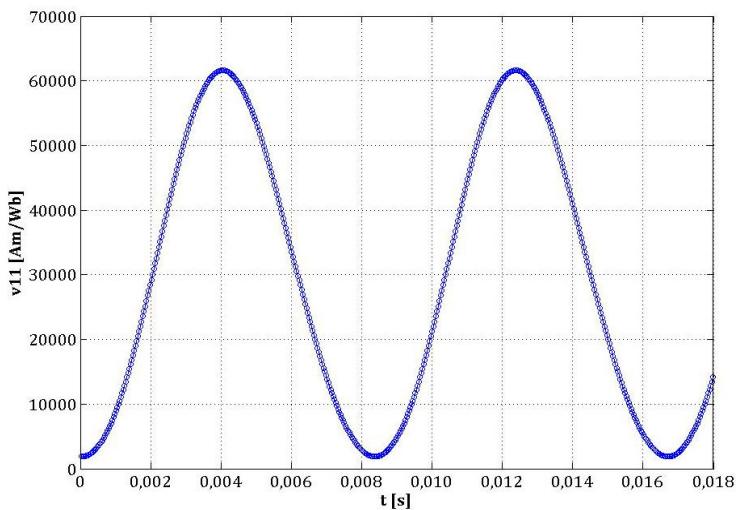


Figura A8.3 – Evolução de v_{11} para uma excitação rotacional, conforme descrita pela equação (A8.3).

APÊNDICE A9: Análise do número de espiras do transformador trifásico

Considere, por exemplo, uma coluna do transformador trifásico, conforme Figura A9.1.

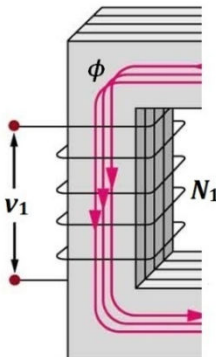


Figura A9.1 – Uma coluna do transformador trifásico.

O fluxo magnético estabelecido no núcleo está diretamente relacionado à tensão de alimentação da bobina primária e pela lei de Faraday:

$$v_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{A9.1})$$

Uma vez que a área pelo qual o fluxo passa não sofre variação em função do tempo, (A9.1) pode ser escrita como:

$$v_1 = N_1 S \frac{dB}{dt} \quad (\text{A9.2})$$

onde S representa a área da seção transversal do núcleo.

E como a tensão de alimentação segue uma função sinusoidal, em termos de valores máximos, (A9.2) pode ser escrita como:

$$v_{1m\acute{a}x} = N_1 S (2\pi f) B_{m\acute{a}x} \quad (\text{A9.3})$$

Para o transformador trifásico analisado, conforme [20][22], tem-se:

- $v_{1m\acute{a}x} = (230/\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2} \text{ V } (= 187,8 \text{ V})$

- $S = 50 \text{ mm} \cdot 50 \text{ mm} (= 2500 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2)$
- $f = 50 \text{ Hz}$
- $B_{\text{máx}} = 1,50 \text{ T}$ (ver Figura 4.16)

Substituindo esses valores em (A9.3), tem-se que o valor para N_1 deve ser da ordem de 160 espiras (valor próximo as 170 espiras assumidas para as simulações realizadas).

Assumindo $B_{\text{máx}} = 1,40 \text{ T}$ (valor obtido por simulação, conforme Figura 4.17), tem-se $N_1 = 170$ espiras, o que demonstra a coerência no resultado obtido.

APÊNDICE A10: Análise do gerador de indução auto-excitado por parâmetros concentrados

O gerador de indução trifásico, simétrico, com rotor curto-circuitado, pode ser representado pelos circuitos equivalentes ilustrados na Figura A10.1.

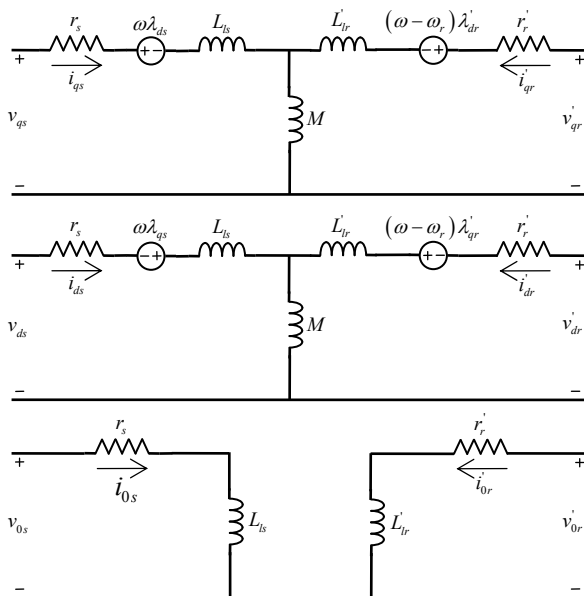


Figura A10.1 – Circuitos equivalentes segundo a transformação de Park para um gerador de indução trifásico, simétrico, com rotor curto-circuitado [78].

v_{qs}, v_{ds}, v_{0s} e i_{qs}, i_{ds}, i_{0s} = componentes segundo os eixos direto, em quadratura e de sequência zero das tensões e correntes no estator;
 $v'_{qr}, v'_{dr}, v'_{0r}$ e $i'_{qr}, i'_{dr}, i'_{0r}$ = componentes segundo os eixos direto, em quadratura e de sequência zero das tensões e correntes no rotor, referidas ao estator;
 $\lambda_{qs}, \lambda_{ds}, \lambda_{0s}$ = componentes segundo os eixos direto, em quadratura e de sequência zero dos enlaces de fluxo concatenados no estator;

$\lambda'_{qr}, \lambda'_{dr}, \lambda'_{0r}$ = componentes segundo os eixos direto, em quadratura e de sequência zero dos enlaces de fluxo concatenados no rotor, referidos ao estator;

ω = velocidade angular assumida para as variáveis do sistema $dq0$;

ω_r = velocidade angular elétrica do rotor;

r_s = resistência por fase do estator;

r'_r = resistência por fase do rotor, referida ao estator;

L_{ls} = indutância de dispersão por fase do estator;

L'_{lr} = indutância de dispersão por fase do rotor, referida ao estator;

M = indutância de magnetização mútua entre estator e rotor.

Considerando os ensaios em vazio e de curto-circuito da máquina de indução, é possível obter os parâmetros dos circuitos apresentados na Figura A10.1. Para a máquina ensaiada, tem-se: $r_s = 11,31 \Omega$, $r'_r = 1,95 \Omega$, $L_{ls} = 23,31 \text{ mH}$ e $L'_{lr} = 15,62 \text{ mH}$.

Já a indutância de magnetização é expressa em função da corrente de magnetização, conforme a equação (A10.1).

$$M = \begin{cases} 0,60 H & \rightarrow I_m \leq 0,77 A \\ M_{sat} & \rightarrow I_m > 0,77 A \end{cases} \quad (\text{A10.1})$$

O valor de M_{sat} é obtido através de um polinômio de grau 3, conforme abaixo apresentado.

$$M_{sat} = a I_m^3 + b I_m^2 + c I_m + d \quad (\text{A10.2})$$

Sendo que: $a = -0,00364$; $b = 0,07030$; $c = -0,38073$; $d = 0,85563$.

As equações referentes ao modelo do gerador, obtidas a partir da Figura A10.1 e apresentadas por KRAUSE, WASYN CZUK *et al.* [78], juntamente com as equações obtidas pela análise do circuito apresentado pela Figura 4.42, formam um sistema de equações diferenciais.

Analisando a Figura 4.42, escrevendo as três equações referentes ao somatório das correntes nas três fases, tem-se que (o ponto sobre uma variável indica derivada primeira em relação ao tempo):

$$C_a \cdot v_{as} = i_{as} - i_{za} \quad (\text{A10.3})$$

$$C_b \cdot v_{bs} = i_{bs} - i_{zb} \quad (\text{A10.4})$$

$$C_c \cdot v_{cs} = i_{cs} - i_{zc} \quad (\text{A10.5})$$

onde i_{as} , i_{bs} e i_{cs} representam as correntes de fase do estator e v_{as} , v_{bs} e v_{cs} as tensões de fase do estator.

E relacionando as tensões na carga com as correntes na carga, considerando cargas formadas por uma resistência em série com uma indutância em cada uma das três fases, tem-se que:

$$v_{an} = R_a \cdot i_{za} + L_a \cdot \dot{i}_{za} \quad (\text{A10.6})$$

$$v_{bn} = R_b \cdot i_{zb} + L_b \cdot \dot{i}_{zb} \quad (\text{A10.7})$$

$$v_{cn} = R_c \cdot i_{zc} + L_c \cdot \dot{i}_{zc} \quad (\text{A10.8})$$

O conjunto de equações formado pelas equações referentes ao modelo da máquina, juntamente com as equações (A10.3), (A10.4), (A10.5), (A10.6), (A10.7) e (A10.8), expressas em um sistema $dq0$ estacionário em relação ao estator, formam um sistema de equações diferenciais do tipo:

$$\underline{U} = [A] \cdot \underline{X} + [A] \cdot \dot{\underline{X}} \quad (\text{A10.9})$$

$$\underline{U}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (\text{A10.10})$$

$$\underline{X}^T = [i_{qs} \ i_{ds} \ i_{qr}' \ i_{dr}' \ v_{qz} \ v_{dz} \ v_{0z} \ i_{qz} \ i_{dz} \ i_{0z}] \quad (\text{A10.11})$$

De forma a solucionar o sistema de equações diferenciais apresentado em (A10.9), elaborou-se um programa no *software* MATLAB. O fluxograma referente a esse programa é apresentado na Figura A10.2.

Como condição inicial para o sistema, atribui-se um pequeno valor inicial para v_{qz} , de modo que o processo de auto-excitação possa ter início. Na prática a auto-excitação é possível devido ao magnetismo residual presente na máquina.

Observa-se que as equações que compõem (A10.9), são funções de M e da derivada primeira de M em relação ao tempo, \dot{M} . Já M é função da corrente eficaz de magnetização, I_m , e tal corrente pode ser expressa, a partir da análise da Figura A10.1, da seguinte forma:

$$I_m = \sqrt{(i_{qs} + i_{qr}')^2 + (i_{ds} + i_{dr}')^2} / \sqrt{2} \quad (\text{A10.12})$$

O valor inicial de M é obtido considerando I_m igual a zero em (A10.1). Já \dot{M} é fixada como sendo igual a zero inicialmente.

Calculado, na iteração i , o valor de I_m , obtém-se um novo valor para M , M_{i+1} . A partir desse novo valor de M é possível obter, também, um novo valor para \dot{M} pela seguinte equação:

$$\dot{M}_{i+1} = (M_{i+1} - M_i) / \Delta t \quad (\text{A10.13})$$

Onde:

M_i , M_{i+1} = indutâncias de magnetização associadas as iterações i e $i+1$, respectivamente;

Δt = incremento temporal.

E as matrizes $[A]$ e $[B]$, presentes em (A10.9), são atualizadas a cada passo tempo, uma vez que $[A]$ é função de M e de \dot{M} , e $[B]$ é função de M .

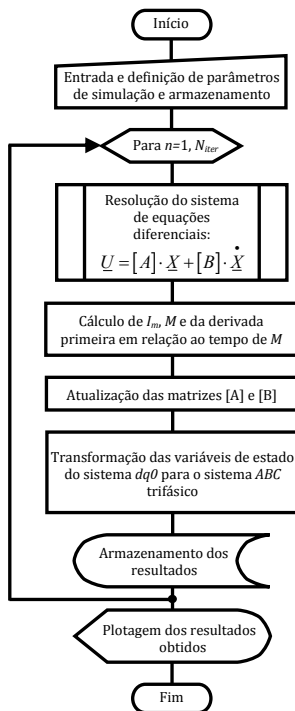
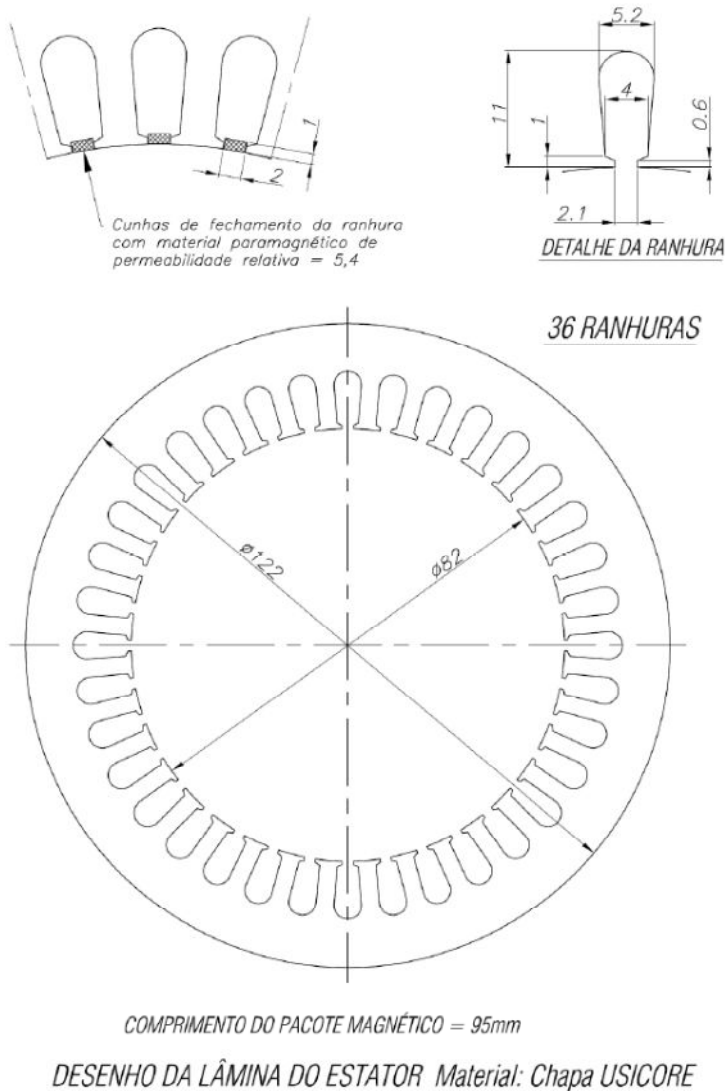
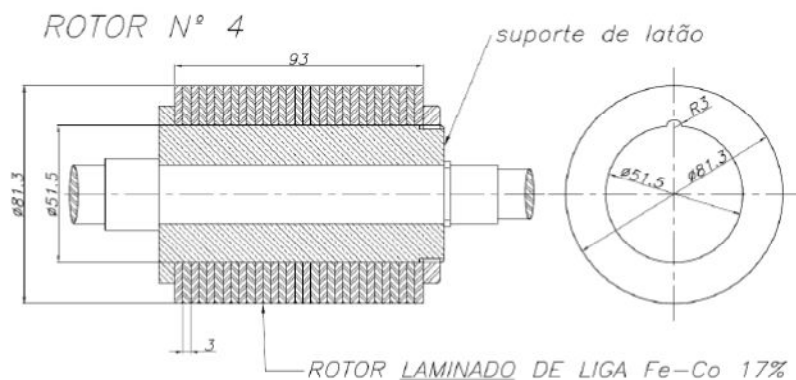
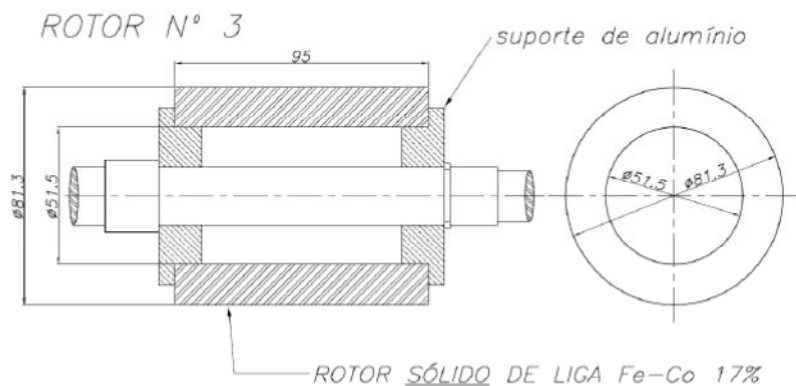


Figura A11.2 – Fluxograma referente ao programa elaborado.

APÊNDICE A11: Especificações do motor de histerese**Lâmina do estator**

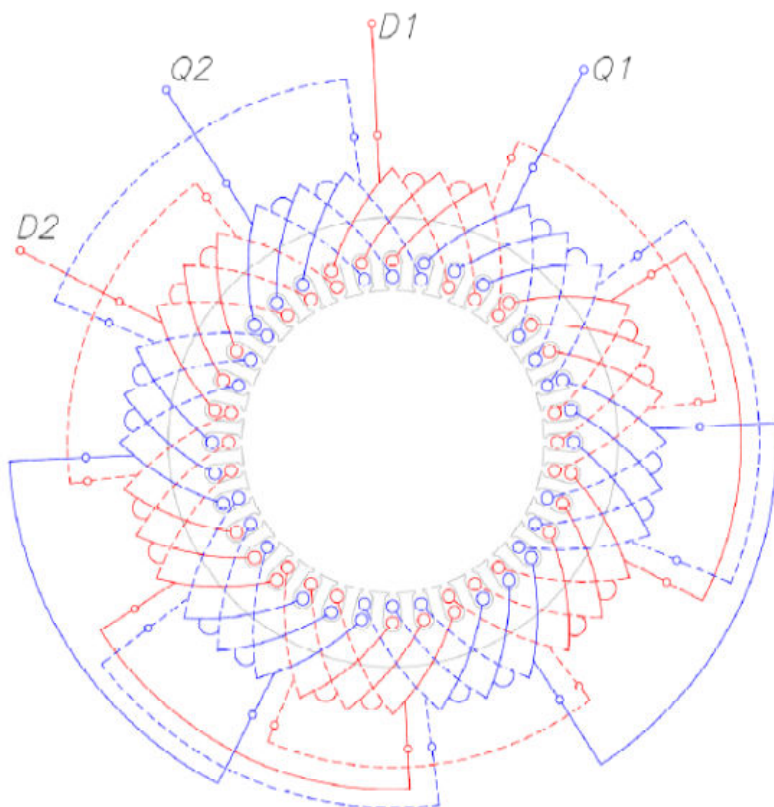
Rotores



COMPOSIÇÃO DA LIGA FERRO COBALTO FUNDIDA:

C: 0,67 % Mn: 0,54 % Si: 0,66 % Cr: 2,26 %
 Ni: 0,15 % Mo: 0,03 % W: 7,75 % Co: 16,8 %

Tratamento Térmico: Tempera a 780°C com resfriamento rápido em água, seguida de revenimento a 500°C com resfriamento em óleo

Esquema do enrolamento bifásico do estator

ENROLAMENTO BIFÁSICO DE 6 POLOS

12 GRUPOS DE BOBINAS TOTAIS
6 GRUPOS DE BOBINAS POR FASE
3 BOBINAS POR GRUPO
32 ESPIRAS POR BOBINA
576 ESPIRAS POR FASE
PASSO: 1 a 5
CONDUTOR: 1N22 AWG

Formas de ligação

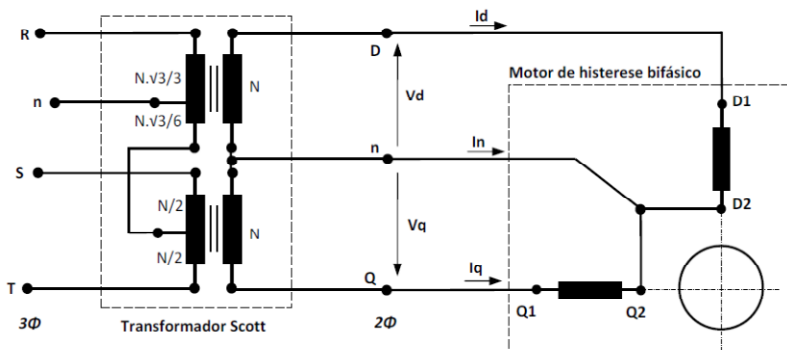


Figura A11.1 – Esquema de alimentação bifásica, equilibrada e simétrica com uso de um transformador em conexão Scott.

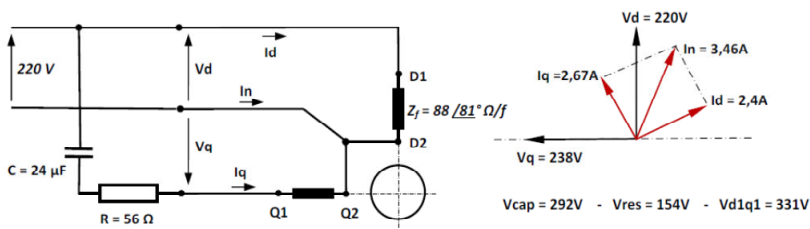


Figura A11.2 – Alimentação monofásica e diagrama fasorial. Nesse caso, é necessária a inserção de uma impedância auxiliar (resistor e capacitor) ao circuito de alimentação.